



FACULTAD DE HUMANIDADES
PROGRAMA DE MAGÍSTER EN FILOSOFÍA

La noción de Mundo Posible desde un punto de vista Constructivista: Más allá del Espacio Ontológico Modal

**Tesis para optar al grado de Magíster en Filosofía
Mención Lógica y Filosofía de las Ciencias**

Sergio Rodrigo Parra Paine

**Profesor Guía:
Prof. Dr. Juan Redmond Cesarino**

Índice.

Índice.	<i>i</i>
Introducción.	1
I. La noción de mundo posible: estado de la cuestión.	6
1.1 Los sistemas de Lógica Modal.	10
1.1.1 El sistema K.	12
1.1.2 El Sistema T.	13
1.1.3 El Sistema S4.	14
1.1.4 Sistema S5.	15
1.1.5 Sistema B.	16
1.2 Semántica modal y validez formal.	18
1.3 La Estructura modelo de Saúl Kripke.	21
1.3.1 Estructura Modelo.	21
1.3.2 Estructura Modelo Cuantificacional.	22
1.3.3 Consecuencias para los sistemas modales: Las relaciones de accesibilidad.	25
1.4 Teorías sobre la naturaleza de los mundos posibles.	26
1.4.1 La modalidad en el Tractatus de Wittgenstein.	29
1.4.2 Mundos Posibles como conjuntos máximamente consistentes de proposiciones.	30
1.4.3 Mundos Posibles como propiedades o universales.	31
1.4.4 La Teoría de las Contrapartes de D. K. Lewis.	33
1.4.5 La Teoría Combinatoria de D. M. Armstrong.	35
1.5 Dos problemas para el combinatorialismo.	39
1.5.1 Individuos y propiedades extranjeras.	39
1.5.2 Verdades y entidades matemáticas.	42
II. La Alternativa Constructivista.	47
2.1 El conjuntismo y el intuicionismo.	47
2.2 Algunos tópicos de la filosofía de Brouwer.	50
2.3 La Lógica Intuicionista.	52
2.4 Verdades de verificación trascendente.	58
III. Constructivismo y Mundos Posibles.	61
3.1 El espacio ontológico modal y la distinción de nociones modales y epistémicas.	63

3.2 Necesidad de origen y el barco de Teseo.	68
3.3 Algunas observaciones sobre Tiempo y Modalidad.	71
3.4 Un ejemplo de Modelo Intuicionista de Kripke.....	73
3.4.1 Observaciones preliminares.....	73
3.4.2 El modelo intuicionista Kripke de Grigori Mints.	74
3.5 Un Enfoque Constructivo de los Mundos Posibles: El caso Rescher.	81
3.6 Posibilidades del Sujeto Creativo: la metáfora del ajedrez.....	85
3.7. Mundos Posibles Constructivos.	87
3.8 Aplicaciones a problemas:.....	94
3.8.1. Combinatorialismo y entidades aritméticas.	94
3.8.2. Combinatorialismo y propiedades e individuos extranjeros.	98
3.8.3. El problema del barco de Teseo.....	101
3.9 Sobre una noción de potencia lingüística.	102
<i>A MODO DE CONCLUSIÓN: El proyecto de un desarrollo constructivo del lenguaje.....</i>	<i>106</i>
<i>Bibliografía.....</i>	<i>109</i>

Introducción.¹

Es difícil comenzar un estudio o indagación filosófica sin pensar en una de las figuras que podría ser considerada como una de las más emblemáticas en este campo, como lo fue Aristóteles. El sabio estagirita fue probablemente uno de los primeros en ofrecer una explicación sistemática de las posibilidades, estableciendo un estrecho vínculo entre los conceptos modales y su metafísica. Define lo posible como aquello que tiene en sí o recibe de otro la potencia de llegar a ser, mientras que lo necesario es lo que no puede ser de otro modo que como es. Y es precisamente a eso a lo que se refiere una ‘modalidad’, es decir, a un modo en que atribuimos un predicado a un determinado sujeto. Lo que predicamos de una cosa puede ser algo necesario o posible, pero la filosofía de Aristóteles atribuye estos conceptos a algo más que a las sentencias del lenguaje, situándolos en la dimensión de la propia realidad. Quizás, de ahí viene la importancia de aquello que se puede decir acerca del problema de los futuros contingentes, donde no sabemos, según el filósofo griego, si es posible o no que mañana haya una batalla naval. Si eso es ponderable como un genuino problema filosófico, entonces responde a un carácter más ontológico que lógico.

Las agudas lecturas que se hicieron en el Medioevo sobre estas nociones llevaron a la distinción entre modalidad de *dicto* (enunciado) y modalidad de *re* (la cosa), lo cual nos sitúa en la escolástica con Tomás de Aquino, quien asumiría una interpretación de Aristóteles identificando los conceptos de potencia y acto con los de esencia y ser, respectivamente (cf. Forment, 2003: pp. 236-237). Pero los intereses de la escolástica, en un escenario más o menos generalizado, se centraban en intentar dilucidar la congruencia entre la libertad humana y la presciencia divina. Si todo estaba de alguna manera determinado en tanto ya era conocido por Dios, entonces no parecía quedar espacio para las posibilidades en nuestras acciones.

En la modernidad, una visión más interesada en las leyes de la naturaleza y la razón ligó los conceptos modales con la noción de ‘mundo’. El exponente más conocido que dio un sentido a

¹ Para parte del contenido de esta introducción me basaré en NORRY, María Josefina (2005): *Modalidad Lógica y Ontológica*. Tucumán: Universidad Nacional de Tucumán, pp. 35-50, 80-103.

esta noción fue G. W. Leibniz, para quien Dios en su infinita omnisciencia y omnipotencia había escogido el mejor de entre infinitos ‘mundos posibles’ para ponerlo en acto.

Actualmente, esta noción ha sido empleada en diversas disciplinas, pero es especialmente en lo que podemos denominar Metafísica Analítica Contemporánea donde se han hecho esfuerzos sistemáticos más acabados para llegar a comprenderla. Uno de los principales causantes de este renovado interés por los mundos posibles fue, en parte, el renacimiento de la lógica modal dado por Hugh MacColl, el algebrista escocés quien comenzó con las críticas de la implicación material que se sustentaban en la idea de que una implicación es verdadera si tiene un antecedente falso y un consecuente verdadero. Pero lo que MacColl demanda es que, en realidad, una implicación verdadera se identifica con la imposibilidad de que su antecedente sea verdadero y su consecuente falso (véase Rahman & Redmond, 2007: pp.1-72). Los conocidos desarrollos posteriores de C. I. Lewis son deudores de esta perspectiva.

No obstante, en orden a la falta de una noción de validez adecuada para la gran diversidad de sistemas modales que comenzaron a aparecer, cobró importancia una serie de esfuerzos sistemáticos por desarrollar una semántica para interpretar debidamente las fórmulas de los sistemas modales, entre los cuales podemos señalar a Hintikka, Kanger y Kripke, adquiriendo mayor renombre este último al ofrecer una concepción sistemática más certera. De esta forma se revitalizó una noción que resultó ser bastante fructífera para muchas aplicaciones metafísicas que iban desde el tratamiento de las esencias, las relaciones de superveniencia, las propiedades de los objetos; además de generar una base para los análisis sobre el problema mente-cerebro, los estados mentales de acuerdo a las relaciones de accesibilidad entre estos mundos, ejercicios epistemológicos con respecto a las posibilidades del conocimiento, etc. Junto con ello, el uso indiscriminado y, quizás, un poco excesivo de los diversos autores sobre lo que Lewis llamó “un paraíso para los filósofos” (Lewis, 1986: pp. 3-4)² generó una inquietud generalizada por entender a qué se refieren los filósofos exactamente cuando hablan de mundos posibles. Tal cuestionamiento dio lugar a diferentes teorías que pretendían responder al desafío, unas más desarrolladas que otras; pero la verdad es que, en la medida en que eran expuestas, todas se

² En analogía con la frase de Hilbert acerca de la Teoría de Conjuntos fundada por Cantor, la cual sería un paraíso para los matemáticos.

vieron afectadas por problemas que podrían considerarse de fondo para sus propios planteamientos.

Ahora, si estos problemas nos revelan evidencia para cuestionar los enfoques tradicionales que desde los años cincuenta se han posicionado como centrales para responder a la pregunta por la naturaleza de los mundos posibles, ¿no cabría pensar en ampliar nuestro ángulo de observación para encarar dificultades que han mantenido a estas teorías empantanadas? Es a esto, justamente, a lo que dedicaremos nuestra atención en el presente estudio, indagando el marco general actual donde intervienen disputas y posiciones diversas para la comprensión de los mundos posibles. También serán mencionados problemas bastante específicos que derivan de ciertas posiciones teóricas. Advertimos, que no es que dichas dificultades sean del todo las más relevantes, pero tienen la envergadura suficiente para tenerlas en cuenta y requerir opciones alternativas. Lo que aquí opera con un valor intuitivo, es que aquello que es común a estas teorías sería una categoría que dificulta en extremo un tratamiento más plausible de estos problemas. Se trata de lo que se ha entendido como ‘espacio ontológico modal’ que, si bien debería ser una denominación figurativa para los conjuntos de mundos posibles, involucra al mismo tiempo la existencia objetiva de dicho espacio. Hemos de reconocer, con ello, nuestra falta de comprensión para con la objetividad de un conglomerado abstracto de mundos que se encuentran más allá del espacio y el tiempo.

Lo que se pretende es presentar tres problemas específicos desde dos criterios: uno referido a las características que ellos involucran para la amplitud de las posibilidades, y el otro en cuanto a su origen teórico. Así, dos de ellos conciernen a la Teoría Combinatoria de la Posibilidad de D. M. Armstrong (1989) y son, en primer lugar, el problema de las propiedades e individuos denominados ‘extranjeros’, los cuales siendo posibles no son susceptibles de ser obtenidos por las combinaciones de elementos del mundo actual. El segundo, viene dado por la existencia de entidades numéricas que parecen trascender la extensión de posibilidades del propio espacio ontológico modal, es decir, las sucesiones híper infinitas de la teoría de conjuntos. La razón de tomar el combinatorialismo de Armstrong como eje de discusión es que se trata, sin lugar a dudas, de la teoría más elaborada para responder a la pregunta por la naturaleza de los mundos posibles, lo cual la señala como un paradigma entre estas discusiones. El tercer problema se

instala en la elaboración de los criterios de identificación de un individuo a través de los diferentes mundos posibles, y se trata de la necesidad de origen de un individuo propuesta por Saúl Kripke, donde aparecen dificultades que atañen a la temporalidad de un objeto y su origen (cf. Kripke, 1995: p. 53). Lo que se pretende es abordar estos tres problemas desde el intuicionismo para, con ello, proponer un enfoque constructivo de los mundos posibles. En definitiva, nuestro compromiso es con el aporte de una visión más esclarecedora que nos permita, por una parte, si bien no ofrecer soluciones definitivas de ciertos problemas, al menos abordarlos de manera plausible.

En la primera parte serán definidas y exploradas las teorías más influyentes sobre la dimensión ontológico modal, pero resulta importante estudiar su génesis histórica desde la aparición de los sistemas lógicos en este ámbito. Cuando hablamos de los diferentes sistemas de lógica modal que comenzaron a desarrollarse a partir del influjo de C. I. Lewis, cabe enfatizar las diferentes fortalezas de cada uno de ellos en cuanto a relaciones de accesibilidad entre mundos. Pero tales relaciones aparecieron luego de la semántica elaborada por Saúl Kripke, la cual será explicada a continuación de la caracterización de cada sistema. La funcionalidad de este ejercicio está, en parte, en intentar definir los términos que se usarán a lo largo del trabajo, y en trazar el recorrido histórico de las modalidades hasta lo que hoy se denomina ‘mundos posibles’ en filosofía analítica. Luego de eso, se señalarán los problemas de la teoría de Armstrong.

La segunda parte estará dedicada a una reseña explicativa de los orígenes del intuicionismo, desde las polémicas con las posturas de fundamentación de las matemáticas y la relación crítica con la teoría de conjuntos. La importancia de esto, es que nos proporciona una concepción valiosa para cuestionar la dimensión dada en un espacio ontológico modal, de manera similar a las críticas que Brouwer dirigiría en contra del infinito actual cantoriano (véase Torretti, 1998: pp. 535-540).

Según parece, las historias de las modalidades y del intuicionismo han recorrido caminos paralelos que, de alguna u otra manera, han tendido a cruzarse gracias a ciertos vínculos o a distanciarse a partir de establecimientos que aluden a ámbitos aparentemente comunicables. Es por ello que la tercera parte se concentrará en enfatizar y explicar estos vínculos y desavenencias, partiendo del cuestionamiento de la distinción entre lo modal y lo epistemológico y,

consiguientemente, poniendo acento en la temporalidad como contexto intensional. Se atenderá principalmente a aspectos teóricos explícitos que pretenden hermanar ambas dimensiones como se establece en los modelos intuicionistas Kripke para valuación de fórmulas lógicas (véase Mints, 2002: pp. 47-50) y la teoría de los mundos posibles constructivos conceptuales de Nicholas Rescher (1975: pp. 192-215). Lo que aquí es notable es que, así como entre muchas teorías sobre mundos posibles y la semántica de Kripke hay vínculos sistemáticos, entre una postura constructiva de los mundos posibles y los modelos intuicionistas parece haber más bien un hiato insalvable. Ello merecerá atención especial en los capítulos siguientes, por lo cual tomaremos entre manos la definición de un constructivismo modal más unificado y que, al mismo tiempo, sea capaz de ofrecer respuestas coherentes a los tres problemas que serán expuestos. Finalmente, la elaboración de una óptica constructiva y, por ende, dinámica de los mundos posibles conviene a una sugerencia relacionada con enfoques dinámicos de teorías del lenguaje. Si los mundos posibles son entendidos constructivamente, entonces cobra relevancia un agente que lleva a cabo dichas posibilidades. Si esto es así, dicho agente tendrá siempre la posibilidad de extender sus recursos lingüísticos en el transcurso del tiempo a partir de lo constructivamente establecido. Ello contará como propuesta de definición de una potencia lingüística, por lo cual ha de asumirse una concepción del lenguaje que vaya más allá de lo meramente denotativo, asumiendo los diferentes usos que estas potencialidades suponen. Como podría esperarse, esta sugerencia interpela la suposición consiguiente de que en un lenguaje en uso interviene más de un agente, por lo que se trata de una construcción dialógica. Por último, las interrogantes que puedan surgir a propósito de esta dirección tomada, bien nos pueden entregar los precedentes para abrir más de una posibilidad de elaboración que el autor no sea capaz de prever, por lo que resulta obvio que una conclusión rigurosa y definitiva bajo ese respecto es imposible.

I. La noción de mundo posible: estado de la cuestión.

Tal como se las concibe hoy, las modalidades son el estudio de lo necesario, lo posible, lo contingente y lo imposible. Así, desde el punto de vista de los mundos posibles, puede pensarse que el mundo actual sería el único que de hecho hay, mientras que los demás mundos posibles son únicamente maneras alternativas de como podría haber sido el mundo si no fuera como de hecho es. En este contexto se define una verdad contingente como aquella que es verdadera en el mundo actual, pero falsa en algún mundo posible. Una falsedad contingente, por el contrario, es aquella que es falsa en el mundo actual, pero verdadera en algún mundo posible. Una verdad necesaria es verdadera en todos los mundos posibles; y una falsedad necesaria es aquella que es falsa en todos los mundos posibles. En particular, la definición de falsedad contingente debe llamar la atención, puesto que es a partir de ahí que la noción de mundo posible cobra un sentido más pleno (véase Armstrong, 1989: pp. 3-4). La posibilidad, por sí misma, no puede ser pensada como ‘mundo’, ni adquirir un valor ontológico sin un tratamiento semántico que la haga inteligible, sobre todo en lo referido a cosas que son falsas de hecho, pero podrían ser verdaderas. Por ejemplo, es verdadero que en el mundo actual Kafka escribió *La Metamorfosis*, por lo que es falso que dicha obra fue escrita por H. P. Lovecraft. Pero, si esto último, en un sentido lato, puede ‘ser expresado’, entonces tenemos una manera de concebir que haya al menos un mundo posible en donde es verdadero que H. P. Lovecraft escribió *La Metamorfosis* y no Kafka.

En general, el grueso de las teorías que se refieren a los mundos posibles tiende a estar de acuerdo con esta idea, pero se trata de teorías no equivalentes entre sí que se disputan el título que aspira a ser una cuenta ontológica correcta acerca de la naturaleza o ‘esencia’ de los mundos posibles. Sin embargo, cabe cuestionar: ¿Por qué una posibilidad debe tener una ‘esencia’ que le confiera un valor ontológico y, por tanto, existencial? Sucede que los teóricos de los mundos posibles han hecho un uso funcional de esta noción para ofrecer tratamientos específicos acerca diversas nociones pero que, llegado un punto, comenzó entre éstos a generar cierta inquietud la pregunta por el *status* ontológico mismo que dicha herramienta poseía. Esto, tal vez aún siendo evitable, llevó a pensar en las posibilidades como si se tratase de algo objetual. Después de todo, un conjunto de entes posibles es, asimismo, una conjunción posible en términos unitarios o, lo

que es igual, un mundo de este tipo es una entidad posible también. Con todo, se han ofrecido diversas respuestas teóricas para este cuestionamiento, cada una de las cuales está expuesta, acaso por tratarse de teorías, a diversas dificultades. Por supuesto, si dichas dificultades son proporcionales a la magnitud de la teoría, entonces es natural pensar que el desarrollo sistemático más acabado sobre la naturaleza de las posibilidades arrastre los problemas más difíciles. Esto sugiere la consideración que nos lleva, por un lado, a reforzar dichas teorías; pero, por otro, si estos desarrollos acumulan una serie de dificultades insolubles, es plausible también asumir la consecuencia de que sean desarrolladas en un nuevo sentido o simplemente reemplazadas por otras propuestas.

De esta manera, parecen ser comunes a las diferentes cuentas ontológicas de la posibilidad, aquellos aspectos que no son capaces de cobijar en tanto propuestas sistemáticas, es decir, problemas que sugieren posibilidades que van más allá de aquellas que éstas postulan como posibles. Hasta donde se sabe, no existen objeciones de principio para recurrir a sólidas herramientas que nos provean de una más amplia dimensión de la posibilidad que, al mismo tiempo que sean capaces de enfrentar las paradojas que aquí se suscitan, nos proporcionen una cuenta aceptable sobre aquello que es posible. Entre los candidatos para aquellas herramientas, tenemos el legado que nos ha dejado la escuela constructivista. Así, para enfrentar lo que aquí podemos llamar un escenario problemático complejo para las cuentas ontológicas modales, podemos hacer una pregunta simple: ¿Y si los mundos posibles son susceptibles de ser contruidos? Esta pregunta, en realidad, cobija un planteamiento un poco más complejo, es decir, si la posibilidad puede ser concebida como una construcción que va tomando forma en el decurso de su realización, entonces nos vemos comprometidos con los siguientes tópicos:

- i) Consideraciones temporales para el ámbito modal.
- ii) Los problemas epistemológicos que aquí pueden surgir.
- iii) Los agentes que debieran tener lugar en dicho procedimiento constructivo.

El primer tópico se refiere a los problemas y suposiciones que aparecen en lo que se denomina “Mundos de Borges” (Borges, 1980: pp. 124-138), esto es, mundos en los cuales tienen lugar todos los resultados alternativamente posibles de una situación contingente y que se

desarrollan al mismo tiempo. Es decir, si yo no me hubiera sentado a escribir este texto aquí y ahora, posiblemente habría estado caminando hacia la plaza local, o habría tomado un café con una amistad, o habría comenzado a dibujar, etc. En dichos mundos, estas situaciones se realizan conjuntamente. Se trata de una realidad problemática de simultaneidades alternativas que se actualizan a la vez. De esta manera, esto nos lleva a buscar la consistencia de tales mundos mediante la introducción de árboles de líneas temporales análogas para cada una de estas situaciones (cf. Rescher 1973: pp. 88-101).

El segundo tópico se refiere al hecho de que, si los mundos posibles poseen un *status* existencial en términos de construcción, entonces esto no es compatible con una concepción de tales mundos como entidades situadas en una dimensión acabada y que, por lo tanto, pueden ser ‘descubiertos’ como entidades dadas. Evidentemente, no se trata de atribuir a todas las teorías sobre mundos posibles la tesis de la existencia ‘efectiva’ de los mismos³, pero sí de negar que exista un espacio ontológico-modal predeterminado. Si esto fuera así, entonces también existirían, de alguna manera, constructos modales previos que podemos llegar a descubrir mediante indagación, independientemente de nuestra capacidad de elaborar posibilidades. Se defenderá que el conocimiento acerca de lo posible no es un descubrimiento, sino un ejercicio de realización de posibilidades en donde somos capaces de conocer aquello que hemos llevado a cabo y, desde ahí, lo que puede más adelante ser llevado a cabo –una vez realizada la posibilidad constructiva, y así en adelante.

Dado lo anterior, el tercer tópico nos sitúa en un terreno abiertamente pragmático. Con ello, queremos decir que si las posibilidades responden a las facultades operativas que las construyen, entonces al no ser totalmente subsistentes ontológicamente, bien pueden depender de un agente que las efectúe. Por supuesto, este tópico no será desarrollado de manera extensa, puesto que, por una parte, las relaciones entre modalidad y pragmatismo merecen un tratamiento pormenorizado y específico; y, por otra, el aspecto central del presente trabajo es la relación modalidad-constructivismo.

³ La cual, en realidad, sólo es atribuible a: D. K. Lewis (1973): *Counterfactuals*. Oxford: Blackwell, pp. 84-95.

En lo que sigue, serán descritos algunos de los más importantes sistemas modales que fueron desarrollados en lógica e inspirados inicialmente por Hugh MacColl (véase Rahman, S. & Redmond, J., 2007: pp. 1-72) y desarrollados después por C. I. Lewis (véase Lewis, C. I., 1960: p. 108)⁴ entre otros. Como estos desarrollos son más bien de carácter sintáctico, no son interpretables en el sentido lógico del término⁵, por lo que avanzaremos hacia las consideraciones semánticas de Saúl Kripke, lo cual nos lleva a la determinación de la noción de mundo posible. No obstante, los trabajos de Kripke estaban orientados a la implementación de un modelo que hiciera comprensible e inteligible dicha noción, sin comprometerse con la naturaleza de las posibilidades, por lo que puede distinguirse un plexo de teorías que en realidad si se posicionan como esfuerzos sistemáticos por responder a esta interrogante. De todas maneras, debe reconocerse que no todas estas iniciativas son desarrollos cabales, al menos no en el sentido en que lo es la Teoría Combinatoria de D. M. Armstrong, que es probablemente el trabajo sistemático más completo y riguroso para ofrecer una cuenta ontológica sistemática para los mundos posibles. Como decíamos más arriba, si los problemas de una teoría son proporcionales a su magnitud, entonces hemos de encarar las dificultades más abstrusas nacidas en el planteamiento más ambicioso, razón por la cual se dedicará, a diferencia de los demás planteamientos teóricos, un apartado para cada uno de algunos de los más importantes problemas del combinatorialismo. Se evaluarán dichas dificultades con el fin de responder al cuestionamiento de si toda posibilidad o mundo posible puede ser determinado como una objetividad sustancial.

⁴ En lo que se refiere la influencia que Lewis recibió de MacColl, éste hace un reconocimiento explícito de los aportes de MacColl: “Aquí [en *Symbolic Logic and its Applications*] los símbolos fundamentales representan funciones proposicionales, más que proposiciones; y en vez de los dos tradicionales valores de verdad, ‘verdadero’ y ‘falso’, tenemos ‘verdadero’, ‘falso’, ‘seguro’ [necesario], ‘imposible’ y ‘variable’ (no seguramente [necesariamente] y no imposible). Estos se indican con los exponentes τ , ι , ε , η y θ , respectivamente.”.

⁵ Así, decimos que una fórmula o una serie de fórmulas son interpretadas cuando son puestas en correspondencia con un universo, una situación o escenario determinados. Más precisamente, que adopten una determinada valuación en un conjunto dominio determinado. Así, una vez interpretada una fórmula, se convierte en una sentencia (o proposición) que puede ser verdadera o falsa (Garrido, 1974: p. 49).

1.1 Los sistemas de Lógica Modal.

Los primeros intentos de establecer un enfoque lógico de las modalidades⁶ se deben a Hugh MacColl⁷. En sus trabajos, el lógico escocés ofrece un tratamiento para la disyunción o suma lógica como $a + b$, para la negación escribe a' y para la implicación $a : b$. De esta manera, la fórmula $(a : b) : a' + b$ sería aceptada como principio válido; no así $(a : b) = a' + b$. Supongamos que a significa “El león caza poco” y b “El león morirá”. Si negamos $a : b$ obtenemos “El león puede cazar poco sin que necesariamente muera”, mientras que si negamos $a' + b$ obtendremos “El león caza poco y no morirá”. En el primer caso nos encontramos con lo que se señalaría como una posibilidad, pero en el segundo caso enfrentamos una situación que no es emparentable con una posibilidad. De esta manera puede identificarse a $a : b$ con una implicación estricta, mientras que $a' + b$ se identificaría con una implicación material. Más adelante MacColl introducirá las letras griegas ε y η para significar necesidad e imposibilidad, respectivamente.

De esta forma es que se dieron los primeros pasos hacia una concepción lógica de la modalidad, pero habría que esperar hasta la publicación de *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead (1910) para la asimilación de un método axiomático riguroso en lógica. Por esta razón, decimos que las axiomatizaciones de C. I. Lewis en lógica modal tienen su basamento en el Cálculo Proposicional (CP) de *Principia Mathematica* (PM), por lo que la propia lógica modal es entendida como una extensión de CP⁸, y no como una lógica alternativa⁹. El primer

⁶ A partir de aquí usaremos para las conectivas veritativo-funcionales ‘ $\rightarrow$ ’ para la implicación, ‘ $\leftrightarrow$ ’ para el bicondicional, ‘ $\wedge$ ’ para la conjunción, ‘ $\vee$ ’ para la alternación y ‘ $\neg$ ’ para funtor monádico negación. En el caso de los operadores modales, se usará $\Box$ y $\Diamond$ para necesario y posible, respectivamente.

⁷ Para estas referencias me baso en: HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J (1973): *Introducción a la Lógica Modal*. Trad. Esperanza Guisan, Madrid: Tecnos. Véase también HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J. (1996): *A New Introduction to Modal Logic*. London: Routledge.

⁸ “Un sistema es extensión de otro si comparte su vocabulario y posee los mismos teoremas e inferencias válidas que involucran solamente el vocabulario compartido, pero posee también un vocabulario adicional y teoremas y/o

precedente para este tipo de desarrollos está en las denominadas “paradojas de la implicación material”. Considérese la siguiente expresión:

$$\text{i) } p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

La cual afirma la tesis de que una proposición verdadera está implicada por cualquier otra proposición. Considérese además:

$$\text{ii) } \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Afirma que si una proposición es falsa, entonces implica cualquier otra proposición. Así, (i) y (ii) corresponden a las mencionadas paradojas. Según parece, las dificultades atinentes a dichas implicaciones están ligadas a la relación entre el antecedente y el consecuente. De esta manera, yo podría tener una expresión compuesta de la forma “Si el león caza en la pradera, entonces mi lápiz está en la mesa”, lo cual, ciertamente, es muy poco intuitivo. Es por ello que de (i) y (ii) puede derivarse:

$$\text{iii) } (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$$

Puesto que, como hemos visto, en el ámbito de la implicación material, de cualquier par de proposiciones podemos decir que, o bien la primera implica a la segunda o viceversa. Para dar un tratamiento lógico a estos problemas, Lewis propone una interpretación fuerte de la implicación para salvar las paradojas y así representar mejor nuestras intuiciones sobre la implicación.

En términos de nuestras concepciones lógicas ordinarias, debiéramos decir que una proposición que está implicada por su propia negación es lógicamente necesaria; y una proposición que implica su propia negación es *auto-contradictoria* o *lógicamente imposible*. Así, en términos de implicación material una proposición meramente verdadera no se distingue de una que es lógicamente necesaria; y una proposición meramente falsa no se distingue de una que es auto-contradictoria o absurda.

inferencias válidas adicionales que involucran esencialmente ese vocabulario; una *lógica extendida* es un sistema que es extensión de la lógica clásica [...]” (Haack, 1991: pp. 199-200).

⁹ Asimismo, cuentan además como lógicas extendidas la lógica deóntica, la lógica temporal y la lógica epistémica; a diferencia de las lógicas alternativas o divergentes como, por ejemplo, las lógicas paraconsistentes, difusas, trivalentes y libres.

En términos de implicación *estricta* [...], lo lógicamente necesario se distingue de lo meramente verdadero, y lo lógicamente imposible de lo que es meramente falso. (Lewis, C. I. & Langford, C. H., 1959: p. 143)

De este modo, propone la introducción del conectivo $p \prec q$ para significar “Necesariamente p implica q ” lo cual hoy se define como $\Box (p \rightarrow q)$. Con ello, se salvaguarda el hecho de que ya no toda proposición verdadera va a estar implicada por cualquier otra, incluso por proposiciones falsas, puesto que “la afirmación de una implicación estricta es una declaración *más fuerte* que la afirmación de la correspondiente implicación material” (Lewis, C. I. & Langford, C. H., 1959: p. 137). A partir de este punto es que comienza a hablarse de implicación estricta.

En sus trabajos, Lewis desarrolló cinco sistemas de lógica modal cuyas repercusiones se traducen en la gran cantidad de sistemas que se conocen hoy. Evidentemente, no es necesario hacer una descripción exhaustiva ni siquiera de una gran cantidad de éstos, basta nombrar los más importantes en razón de señalar las principales propiedades que caracterizan a la lógica modal, y cómo es que estos sistemas se relacionan con los desarrollos ulteriores orientados a la elaboración de una semántica formal.

1.1.1 El sistema K.

Notemos, ante todo, que dos sistemas son deductivamente equivalentes si estos tienen distintas bases axiomáticas, pero las mismas tesis. Por otro lado, si tenemos dos sistemas, sean A y B, y tenemos que toda tesis de A es tesis de B, pero no toda tesis de B es tesis de A, decimos que A es más débil que B o que B es más fuerte que A. Esto es importante porque los distintos sistemas modales se presentan en forma gradual, de acuerdo a sus fortalezas o debilidades, en escala ascendente. La razón por la cual esto es así, está en que las bases axiomáticas de los diferentes sistemas tienen una validez intuitiva, por lo tanto, los nuevos sistemas que se siguen desarrollando operan sobre la base axiomática anterior, además de agregar los axiomas propios de cada uno. Tenemos así al sistema modal más básico o mínimo, el sistema K, que para el caso de ser una

extensión de CP tendrá, justamente, como axiomas a todas las Fórmulas bien formadas (*Fbf*) de CP, además de su axioma característico¹⁰:

$$(K1) \quad \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$$

El cual expresa que “si es necesario que $p \rightarrow q$, entonces si es necesario que p , es necesario que q ”, y eso es un principio que puede considerarse indudable en sentido intuitivo. Esto es, que se trata de una certeza muy difícil de negar, y es sobre esa base que van añadiéndose nuevos axiomas, aunque se debe reconocer que el respaldo intuitivo de los axiomas que vayamos agregando va a ser cada vez menor que el de los sistemas más básicos.

1.1.2 El Sistema T.

Es el más débil de todos y se le considera como una extensión de K. Su axioma característico es:

$$(T1) \quad \Box p \rightarrow p$$

Esta tesis admite el dictum medieval *ab necesse ad esse valet consequentia*. De este sistema puede decirse también que puede operar con modalidades iteradas, pero es incapaz de reducir tales modalidades complejas a modalidades más simples. Si hemos de entregar mayores antecedentes de este sistema, es provechoso hacerlo en relación a los sistemas que le suceden.

¹⁰ Existe una familia de sistemas K. los cuales se obtendrían mediante unas adiciones a S4. Estos no son más fuertes que S5, sino que son independientes de éste. Se trataría, según la denominación de Sobocinski de “Sistemas no-Lewis”. (HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J., 1973: 220-221)

1.1.3 El Sistema S4.

Consideremos la siguiente fórmula:

$$(S4.1) \Box p \rightarrow \Box \Box p$$

Es claro lo difícil que resulta adjudicar en T un valor intuitivo a una fórmula como ésta. Según parece, afirmar que una proposición necesaria es, asimismo, algo necesario requiere la defensa de una cierta doctrina. Como podemos ver, esto comporta la aparición de lo que se denomina modalidades iteradas, es decir, secuencias de operadores modales que se repiten como $\Box \Box$ en S4.1, en cuyo caso una proposición modal afecta a otra. Como observa Feys, decir aquí ‘posibilidad’ es lo mismo que ‘posiblemente posible’, es decir, la propia posibilidad afectada un número indeterminado de veces por la posibilidad y, análogamente, ‘la necesidad afectada un número indeterminado de veces por la necesidad’ (cf. Feys, 1965: p. 92). De todas formas, la observación que aquí conviene hacer, es que gracias a S4.1 se incorporan fórmulas válidas que no figuran en T. Por ejemplo, si el axioma característico de T es $\Box p \rightarrow p$, podemos pensar en una sustitución que nos de como resultado $\Box \Box p \rightarrow \Box p$, o bien $\Box \Diamond p \rightarrow \Diamond p$, las cuales pueden ser teoremas de dicho sistema. En ese caso, un sistema más potente debe ser capaz de contener una equivalencia como $\Box p \leftrightarrow \Box \Box p$. Llamamos a esta tesis un “Teorema de Equivalencia”, el cual visiblemente nos autoriza a reemplazar secuencias de operadores modales por otros más cortos, por lo que hemos de señalarlo al mismo tiempo como una ‘Ley de Reducción’. Entre las reducciones más importantes que pueden hacerse tenemos:

$$R1) \Diamond p \leftrightarrow \Box \Diamond p$$

$$R2) \Box p \leftrightarrow \Diamond \Box p$$

$$R3) \Diamond p \leftrightarrow \Diamond \Diamond p$$

$$R4) \Box p \leftrightarrow \Box \Box p$$

Sería fácil decir que S4 es más fuerte que T únicamente reconociendo que éstas son tesis que en T no aparecen. Pero esto no es del todo correcto, porque sería presentarlas como salidas del mero acto de un capricho intelectual, sin tener en cuenta que se trata de formulaciones con un sustento lógico. Por ejemplo, sabemos que $\Diamond p \rightarrow \Diamond\Diamond p$ es una sustitución de $p \rightarrow \Diamond p$, tal como $\Box\Box p \rightarrow \Box p$ es sustitución de $\Box p \rightarrow p$ y ambas son tesis de T. Lo que nos dicen las equivalencias

$$R3) \Diamond p \leftrightarrow \Diamond\Diamond p$$

$$R4) \Box p \leftrightarrow \Box\Box p$$

Es que las fórmulas inversas $\Diamond\Diamond p \rightarrow \Diamond p$ y $\Box p \rightarrow \Box\Box p$ no aparecen en T, por lo que S4 es más fuerte que T en un sentido lógico del término.

1.1.4 Sistema S5.

Convenimos en que la mitad de cada una de las equivalencias presentadas anteriormente es una tesis que aparece en T. Ahora, sean las tesis de T: (T1) $\Box p \rightarrow p$ y (T2) $p \rightarrow \Diamond p$, obtenemos las siguientes sustituciones:

EQUIVALENCIAS	Mitad de equivalencia que aparece en T	Tesis de T sustituida en el recuadro anterior	Mitad de equivalencia que <i>no</i> aparece en T
(R1) $\Diamond p \leftrightarrow \Box\Diamond p$	$\Box\Diamond p \rightarrow \Diamond p$	(T1) $\Box p \rightarrow p$	(R1a) $\Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$
(R2) $\Box p \leftrightarrow \Diamond\Box p$	$\Box p \rightarrow \Diamond\Box p$	(T2) $p \rightarrow \Diamond p$	(R2a) $\Diamond\Box p \rightarrow \Box p$
(R3) $\Diamond p \leftrightarrow \Diamond\Diamond p$	$\Diamond p \rightarrow \Diamond\Diamond p$	(T2) $p \rightarrow \Diamond p$	(R3a) $\Diamond\Diamond p \rightarrow \Diamond p$
(R4) $\Box p \leftrightarrow \Box\Box p$	$\Box\Box p \rightarrow \Box p$	(T1) $\Box p \rightarrow p$	(R4a) $\Box p \rightarrow \Box\Box p$

El primer recuadro muestra las equivalencias que ya conocemos, mientras que el segundo muestra las mitades de estas equivalencias que podemos hallar en T y el tercer recuadro muestra aquellas

tesis de T que fueron sustituidas por las tesis del segundo recuadro. Pero el cuarto recuadro, exhibe las mitades de las equivalencias que en T no aparecen.

Consideremos ahora lo siguiente: de (R4a) podemos derivar (R3a) y viceversa¹¹. De (R1a) podemos derivar (R2a) y viceversa. También de (R1a) podemos derivar (R4a), pero no a la inversa. Esto quiere decir que si (R4a) es tesis de S4, entonces (R1a) no lo es. Por lo tanto, tenemos un axioma distintivo –a saber, $(R1a) \Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$ – para un sistema más fuerte que S4. El axioma en cuestión nos dice que la posibilidad de una proposición es necesaria, o más informalmente, “si algo es posible, entonces es necesariamente posible”. Se trata, sin más, del sistema S5, el cual es el más fuerte de todos. Lo relevante de estas distinciones es que podemos comprometernos con dos puntos de vista:

- i) De que lo necesario es necesariamente necesario (S4).
- ii) De que cualquier modalidad que anteceda a una proposición –no sólo la necesidad, sino que cualquier otra también– es ya algo necesario (S5).

Así, en un ámbito más filosófico, puede afirmarse (i) sin tener que sostener (ii) y, obviamente, quien sostenga (ii) se ve comprometido con (i).

1.1.5 Sistema B.

Hemos preferido explicar este sistema al final por las razones que convienen a nuestros propósitos. Sucede así, que podemos considerar las tesis:

$$(B1) p \rightarrow \Box \Diamond p$$

$$(B2) \Diamond \Box p \rightarrow p$$

¹¹ No es necesario hacer aquí cada uno de los ejercicios para efectos de lo que se quiere explicar.

Como tesis que no aparecen en S4, pero que si las agregásemos al sistema T, obtendríamos un sistema más débil que S5, pero que al mismo tiempo no contiene a S4 ni está contenido en él. Se trata del sistema B o sistema Broweriano, como se le suele llamar, y (B1)¹² es lo que se considera su axioma característico. Por el momento, no son muchas las apreciaciones que pueden hacerse sobre este sistema, salvo algunas observaciones que se hacen de él en términos de su relación con el intuicionismo de Brouwer (véase Hughes & Cresswell 1973: pp. 62-70). Por ejemplo, sabemos que los sistemas de lógica modal, por cuanto forman parte de un *corpus* lógico que tiene sus basamentos en CP es, como ya hemos dicho, una lógica extendida. Pero si consideramos una perspectiva que no se emparenta del todo con CP, entonces las reglas del juego cambian. En el Cálculo Proposicional Intuicionista (a partir de ahora CPI), la Ley de Doble negación (DN) no es considerada una equivalencia válida. Es decir, para CPI la fórmula $p \rightarrow \neg\neg p$ es válida tal como lo es para CP, pero la fórmula $\neg\neg p \rightarrow p$ no es válida¹³. Para Hughes y Creswell (1973: p. 60) en CPI la negación ($\neg$) sería más o menos lo mismo que “no es posible que” ($\neg\Diamond$), lo cual, a fin de cuentas, es como decir “necesariamente no” ($\Box\neg$). Ahora, al sustituir $\neg$ por $\Box\neg$ la ley DN no parece ser válida. Observemos con atención lo siguiente: si para el caso $\neg\neg p \rightarrow p$, decimos que ésta se convierte en $\Box\neg\Box\neg p \rightarrow p$, que es lo mismo que $\Box\Diamond p \rightarrow p$, y si añadimos esta última fórmula a S5 derivamos (con R1) la fórmula *no* válida $\Diamond p \rightarrow p$ ¹⁴. En otras palabras, en este punto no parece haber mayor compatibilidad entre el intuicionismo y la lógica modal. De manera diferente, la expresión $p \rightarrow \neg\neg p$, la cual si es aceptada como válida por CPI, si es convertible a $p \rightarrow \Box\neg\Box\neg p$, entonces se convierte también en $p \rightarrow \Box\Diamond p$, que aparece en S5 como válida. En esta línea, podemos decir que hay vínculos que si pueden establecerse entre intuicionismo y modalidad. Ahora, por lo pronto pongamos nuestra atención en que, hasta este punto, la lógica modal carga con el problema de carecer de una interpretación.

¹² Léase: “Una proposición verdadera no es únicamente posible, sino que es necesariamente posible”.

¹³ Para CP si es válida también.

¹⁴ Recuérdese que R1 $\Box\Diamond p$ se puede reducir a $\Diamond p$.

1.2 Semántica modal y validez formal.

El gran mérito de los enfoques lógicos que hemos revisado, está en haber sistematizado de la manera más completa posible el sentido de las nociones modales, por lo que estos sistemas alcanzaron un grado de desarrollo considerable en términos de axiomatización, y desde estos axiomas, como vimos, pueden ser derivados múltiples teoremas. Sin embargo, había dificultades para ponderar comparativamente estos sistemas, es decir, no había un punto común o una óptica más amplia desde donde evaluar las fortalezas y debilidades de cada uno de ellos, así como la validez lógica de los mismos. Cuando nos referimos a la noción lógica de validez, aludimos a la verdad de una fórmula bajo toda interpretación, a saber, una fórmula es válida si y sólo si toda interpretación de ésta la hace verdadera. Siendo la verdad de la fórmula independiente de sus interpretaciones, podemos decir de la misma que es lógicamente válida.

A diferencia de lo que sucede con los enunciados modales, en el cálculo de predicados clásico que es de naturaleza puramente extensional, no cuesta tanto definir y ejemplificar formalmente la validez lógica. Supongamos que tenemos un enunciado representado por las siguientes variables:

$$(1) \forall x (Fx \vee \neg Fx)^{15}$$

En esta expresión hay dos predicados que flanquean una disyunción, más precisamente, se trata de que “para todo x ($\forall x$) es verdad que F se predica de x (Fx), o bien, F no se predica de x ($\neg Fx$). Hasta el momento no hemos dicho nada acerca del significado de estas expresiones, por lo que se trata de funciones en un sentido meramente formal. Ahora, si tomamos un predicado determinado para un argumento cualquiera, suponiendo que Fx quiere decir “la redondez de x ” convenimos en que a x se le predica que es redonda. Lo contrario de esta proposición es que “no es el caso que x sea redonda”, o simplemente que “ x no es redonda” ($\neg Fx$). Como aquí estamos operando con una disyunción, no importa que una de las proposiciones conectadas por ésta sea falsa, pues basta con que al menos una de ellas sea verdadera para que la disyunción sea verdadera. Así, es suficiente con que al menos sea verdadero “ x es redonda”, para que (1) que

¹⁵ En adelante trabajaremos con ‘ $\exists$ ’ para la cuantificación existencial y con ‘ $\forall$ ’ para la cuantificación universal.

dice que “ x es redonda o x no es redonda” sea verdadera. A esto se refiere la validez lógica de los enunciados, pues se trata de entender que el hecho de que en (1) “ Fx es verdadera o falsa”, es ya algo verdadero. Por eso decimos que (1) es lógicamente válida, porque bajo cualquier interpretación de sus variables resulta verdadera.

Hasta ahora notamos que no es muy difícil referirse a la validez lógica de los enunciados que no son modales. Pero es una cosa muy diferente intentar el mismo ejercicio para la lógica modal. Pareciera ser que las características propias de las modalidades dificultan este tratamiento para probar su validez lógica. Es por eso que las aportaciones de Kripke en esta materia han sido tan notables, pues, a pesar de que este autor no es el único en intentar desarrollar un marco semántico idóneo para lógica modal, su contribución resulta decisiva no sólo por el hecho de que concibió los mundos posibles desde una percepción conjuntista, sino también por haber adoptado el concepto de Leibniz de lo necesario como verdadero en todos los mundos posibles¹⁶. Para Leibniz, esta noción cobra relevancia en el momento en que concibe este mundo como el mejor de los mundos posibles que Dios ha creado, dada su naturaleza de infinita bondad y omnisciencia. Pero, lo que importa de ésta noción es el uso que se le ha dado en términos semánticos. Por ejemplo, el enunciado “es necesario que p ” es verdadero si p es verdadero en todos los mundos posibles; y el enunciado “es posible que p ” será verdadero si p es verdadero en al menos un mundo posible accesible al mundo actual. Intentaremos ejemplificar con mayor claridad este último punto. Fijémonos en la siguiente implicación:

$$(2) (\Diamond p \wedge \Diamond q) \rightarrow \Diamond(p \wedge q)$$

Si tomamos q por $\neg p$ ($\neg p$), la proposición se leería: “si es posible que p y es posible que $\neg p$, entonces es posible que p y $\neg p$ ”, por lo que la fórmula no puede ser lógicamente válida. El problema se agrava cuando no contamos con un asidero firme, en el sentido de no tener cómo mostrar que existen interpretaciones que hagan falsa ésta fórmula y que, por ende, es

¹⁶ “[...] de la suprema perfección del soberano del universo se sigue que el reino de Dios es el más perfecto de todos los estados o gobiernos posibles y que por consiguiente se requiere el escaso mal que hay en él para la plenitud del bien inmenso que en él se encuentra”. (Leibniz, 1982: p. 521).

lógicamente inválida. Es por esta razón que se dice que “desarrollar una semántica quiere decir ofrecer una explicación teórica satisfactoria de las condiciones en que las fórmulas de los sistemas modales son verdaderas” (Nubiola, 1991: p.152). Por supuesto, esto se refiere a la necesidad de elaborar una semántica específica para los sistemas modales, como lo ha hecho Kripke, pues en términos de valores de verdad ningún sistema puede desentenderse de la interpretación de sus propias fórmulas.

De esta forma, supondremos que tenemos un conjunto de mundos posibles que, para el caso de una semántica estrictamente formal, podemos referirnos a ellos como los elementos de un conjunto dado. Así como sucede en nuestro mundo actual, se le asignará un valor de verdad a las proposiciones p y q en cada uno de esos elementos. Para evitar ambigüedades, supondremos también que estos elementos de un conjunto W son finitos, digamos que tres. Ahora resultará más comprensible decir que “ p es necesario si y sólo si p es verdadero en todos esos elementos”. Asimismo, “ p será posible si y sólo si p es verdadero en al menos uno de tales elementos”. Los elementos (mundos) en cuestión son: w_1 , w_2 y w_3 ; y los valores de verdad que p tiene en cada uno de ellos es el siguiente: verdadero en w_1 , verdadero en w_2 y falso en w_3 . Ahora bien, q tendrá los siguientes valores de verdad en los mismos elementos: falso en w_1 , falso en w_2 y verdadero en w_3 . Ahora, decíamos que “es posible que p ” es verdadero si y sólo si p es verdadero en alguno de los mundos w que pertenecen al conjunto W . Así, si p es verdadero en w_1 , y w_2 , entonces “es posible que p ” es verdadero también. Lo mismo con q , que es verdadero en w_3 , por lo tanto, es también verdadero. Con estas consideraciones podemos mostrar que el antecedente de (2) es verdadero, ya que si $\Diamond p$ es verdadero y $\Diamond q$ es verdadero, entonces la expresión $\Diamond p \wedge \Diamond q$ es también verdadera por tratarse de una conjunción, la cual se compromete precisamente con la verdad conjunta de sus términos. Sin embargo, el consecuente de la proposición (2) es falso. Esto es así, porque $\Diamond(p \wedge q)$ es verdadero si al menos hay un elemento $w \in W$ donde este consecuente sea verdadero, y el punto es que no hay ningún $w \in W$ donde esto suceda, es decir, donde tanto p como q sean verdaderos al mismo tiempo, en el mismo mundo. Con ello obtenemos que el antecedente de (2) es verdadero, pero su consecuente es falso. Además, si (2) es una implicación, esta es falsa por poseer un antecedente verdadero y un consecuente falso. Hay una interpretación, por tanto, que hace que la expresión (2) sea falsa.

Ahora que entendemos mejor la noción de validez lógica para la semántica de mundos posibles, podemos hacer notar también que, en este aspecto, la semántica que Kripke desarrolla es sólo una construcción formal que no se compromete con tesis metafísica alguna. Ciertamente, los resultados que acabamos de evaluar con anterioridad sólo poseen un valor formal, con lo cual el conjunto W al que nos referíamos en el ejemplo, no necesariamente tiene que ser un conjunto de mundos posibles, bien podría ser un conjunto de cualquier otra cosa. En el fondo, el aparato semántico de Saúl Kripke es, como se dice, un recurso heurístico del que nos valemos como una manera de ayudar a nuestras intuiciones (cf. Nubiola, 1991: p. 158). Sería un error pensar que ha de tener algún tipo de relación evidente con las nociones modales de necesidad y posibilidad que responda a un principio ineludible.

1.3 La Estructura modelo de Saúl Kripke.

Frente al problema de tener múltiples sistemas modales y la necesidad de mostrar formalmente la validez lógica de las fórmulas de dichos sistemas, Kripke se preocupa de generar una estructura que sea capaz de funcionar en un ámbito lógico, guardando distancia en lo que se refiere a cualquier explicación sobre la naturaleza de los mundos posibles. Esto, a su vez, explica el recurso a una serie de reglas que se toman de la teoría de conjuntos y que sirven para representar lo que Kripke llama “Estructura Modelo”¹⁷.

1.3.1 Estructura Modelo.

Se define como un triple ordenado (G, K, R) . Aquí, cada variable tiene su asignación formal, siendo G un miembro del conjunto no vacío K , y R una relación reflexiva que abarca a todo el conjunto K . Que R sea una relación reflexiva significa que, al considerar intuitivamente a K como el conjunto de todos los mundos posibles y a G como el mundo actual, todo lo que sea verdadero

¹⁷ Para estas explicaciones me basaré en Nubiola (1991: p. 153ss.).

en $\mathbf{G}$ es, *a fortiori*, posible en $\mathbf{G}$. Ha de tenerse en cuenta que $\mathbf{K}$ no es un mero conjunto de mundos independientes entre sí, sino un conjunto de mundos que son posibles unos respecto de otros, por lo que $\mathbf{R}$ sería una posibilidad relativa que comienza, precisamente, por establecer esas relaciones en cada mundo como siendo posible relativamente sí mismo. Pero esto no agota las propiedades de $\mathbf{R}$, ya que si se trata de mundos de un sistema S-5, entonces a $\mathbf{R}$ se le exige además que sea simétrica y transitiva. Esto es, que sea capaz de establecer relaciones directamente entre los mundos del conjunto, y también de unos a otros a través de mundos intermediarios del mismo conjunto $\mathbf{K}$. Supongamos que tenemos en el conjunto $\mathbf{K}$ un mundo posible cualquiera, sea w_1 , y una totalidad de proposiciones que son verdaderas en él; y tenemos además un conjunto de mundos posibles (también miembros de $\mathbf{K}$), uno de cuyos mundos sea w' . Ahora, dos mundos posibles pueden ser relativamente posibles aunque sus proposiciones no sean compatibles. Entonces podemos decir que cada uno de tales mundos son posibles relativamente a w_1 , o bien son accesibles desde w_1 , lo que se entiende: $w_1 \mathbf{R} w'$.

1.3.2 Estructura Modelo Cuantificacional.

Esta es una extensión del modelo anterior donde se usan operadores modales combinados con cuantificadores. Estos cuantificadores son símbolos que, en matemáticas, se utilizan para enunciar proposiciones lógicas que son relativas a todos o algunos objetos de un dominio determinado. Intuitivamente, aquí supondremos que nos estamos refiriendo a los mundos posibles y a los contenidos que se guardan en ellos. Iremos por parte.

En la estructura modelo cuantificacional se comienza a trabajar con la misma base del esquema anterior, por lo que vale decir entonces que es una estructura $(\mathbf{G}, \mathbf{K}, \mathbf{R})$. A esto añadimos una función $\psi(\mathbf{W})$, que va a asignar a cada $\mathbf{W} \in \mathbf{K}$ un subconjunto no vacío de individuos llamado el dominio de $\mathbf{W}$. La dificultad que aquí se puede sugerir, es que queda abierta la alternativa de si ésta semántica se refiere a un dominio fijo de individuos o a dominios relativos a mundos posibles. En este caso, Kripke acepta que los diferentes mundos posibles pueden variar en cuanto a sus dominios. O sea que puede darse el caso de objetos que existen en el mundo actual (o real) y se

encuentran ausentes de otros mundos posibles, así como objetos que no existen en el mundo actual y pueden existir en otro mundo posible.

Así tenemos entonces que $\psi(W)$ es el conjunto de las cosas que existen en W , y que no será igual para los diferentes argumentos de W , pues variaran de un mundo posible a otro. Dado esto, tendremos una designación U para el conjunto universo de todos los ‘individuos’ que pertenecen a K o, lo que es igual, será el conjunto unión de todos los individuos que están asignados a los elementos de K y son conjuntos de $W \in K$.

El recurso a la noción de modelo nos permite aclarar también lo que entendemos por extensión de los predicados del lenguaje en cada mundo posible. Por ejemplo, sabemos que hay objetos que no existen en un determinado mundo posible, pero que sí existen en otro mundo directamente accesible a aquél, entonces estos objetos caen dentro de la extensión de un predicado en ése mundo posible. Esta situación se la debemos a la noción de modelo, la cual es definida por el propio Kripke como una función binaria, es decir, una función de dos variables $\phi(A, W)$. En este caso, A es una fórmula atómica a la cual se le asigna un valor de verdad, sea verdadero o falso, en cada mundo posible $W \in K$. Cuando decimos que $\phi(A, W)$ es función de dos variables, nos referimos a que A rige sobre las diversas proposiciones o fórmulas atómicas y W rige sobre los diversos mundos posibles, y cuyo rango es el conjunto $\{V, F\}$.

De acuerdo a lo dicho acerca de las cosas que, dentro del sistema, no existen en un determinado mundo pero sí en otro, debemos tener presente que lo importante para la semántica modal son las extensiones de los predicados del lenguaje que hay en cada mundo, y las cosas que en ellos existen. Conforme a esto, Kripke advierte que $\psi(W)$ puede ser un conjunto distinto según los diferentes argumentos de W , de la misma manera como en otros mundos posibles algunos individuos del mundo actual pueden no estar, mientras que pueden aparecer otros nuevos. Esto obliga a extender la noción original de estructura modelo cuantificacional, la cual da un valor de verdad (V ó F) a cada fórmula en cada mundo posible. Para esto, se va a añadir una lista infinita de variables individuales $x, y, z, \dots$, además de una lista de letras predicativas n -ádicas $P^n, Q^n, \dots$, que determina un cierto conjunto ordenado de n -tuplos, los cuales serían su ‘extensión’ en dicho

mundo, tomada de los individuos que existen en ese mundo. Por eso se dice que las variables proposicionales serán consideradas como letras predicativas 0-ádicas. Además, se supone que todo enunciado con variables libres es verdadero o falso en cada mundo posible para cada asignación de objetos a dichas variables, aunque tales objetos no existan en el mundo en cuestión¹⁸.

Según parece, ahora puede definirse un modelo cuantificacional dentro de una estructura (G, K, R) . El modelo será $\phi(P^n, H)$ ¹⁹ y se define como una función con dos variables que asigna a un conjunto de n -tuplos miembros del conjunto de todos los individuos posibles en K a P^n si $n > 0$; y si $n = 0$, la función $\phi(P^n, H)$ será verdadera o falsa. En este contexto, podemos definir un valor de verdad $\phi(P^n, H)$ para cada fórmula atómica A en cada mundo posible miembro de K , respecto de una asignación dada de elementos $a_1, a_2, \dots, a_n$ miembros de U a las variables libres de A .

Tomemos el siguiente ejemplo. Si tenemos una fórmula atómica $P^n(x_1, \dots, x_n)$, en donde ya sabemos que P^n es una letra predicativa n -ádica, y donde esta vez será el caso de $n \geq 1$, debido a que tendremos una designación de elementos $a_1, \dots, a_n$ del conjunto U para $x_1, \dots, x_n$, con lo que podemos definir a $\phi(P^n(x_1, \dots, x_n), H)$ como verdadero, si el n -tuplo $(a_1, \dots, a_n)$ es un miembro de $\phi(P^n, H)$; de no serlo, $\phi(P^n(x_1, \dots, x_n), H)$ será falso en relación a la misma asignación de elementos. En este punto, tal vez convenga aclarar que la función ϕ con que hemos estado operando, es lo que se entiende como una interpretación. Esto quiere decir que, una vez asignado un valor de verdad para fórmulas atómicas podemos, inductivamente, asignar valores de verdad a las fórmulas que no son atómicas (es decir, fórmulas complejas).

En el fondo, lo que resulta notable de todo esto, es que Kripke ha desarrollado una estructura matemática que opera de forma certera. Por supuesto, es algo perfectamente inteligible pensar en el modelo (G, K, R) como un conjunto cualquiera K no vacío, del cual G es un elemento y R

¹⁸ Esto resulta relevante para el carácter ficcional de los mundos posibles. Por ejemplo, supongamos un enunciado como: i) si x es un caballo, entonces x no tiene alas. Esto es verdadero con respecto al mundo actual, incluso si Pegaso es un caballo y tiene alas. Pero como Pegaso no existe, de hecho, no está en el dominio del mundo actual, por lo que no obstaculiza la verdad de (i) en el mundo actual. (cf. Plantinga, 1974: p. 124).

¹⁹ P^n es una letra predicativa n -ádica para un conjunto de elementos y H un mundo posible de K .

una relación reflexiva que abarca todo este conjunto. Lo importante para este caso, es que en el conjunto $\mathbf{K}$ tendremos una función ϕ que asignará valores de verdad a los pares $\langle \mathbf{P}, \mathbf{W} \rangle$ en que $\mathbf{P}$ será una proposición cualquiera y $\mathbf{W}$ un elemento de $\mathbf{K}$. O sea que, para cada variable proposicional $\mathbf{P}$ y para cada $\mathbf{W} \in \mathbf{K}$, la función de valuación ϕ va a asignar a esa proposición un sólo valor de verdad en el mundo $\mathbf{W}$ del cual forma parte.

Dada esta explicación, ya se nos puede hacer más fácil entender que el aparato semántico de Kripke, como tal, no pasa de ser una formulación teórica que no guarda una relación necesaria con los mundos posibles, y que viene al caso como un respaldo a nuestra imaginación, para ayudarnos a concebir lo que es un conjunto de mundos posibles relativamente unos respecto de otros.

1.3.3 Consecuencias para los sistemas modales: Las relaciones de accesibilidad.

Uno de los aportes más originales de la semántica kripkeana tiene que ver, justamente, con aquella idea tomada de Leibniz de que la necesidad es la verdad a través de los mundos posibles. Con esto, podemos entender la relación de los mundos posibles de forma estructural, unos respecto de otros en un conjunto interconectado por relaciones internas, que son las relaciones de accesibilidad que se fijan entre ellos. En este sentido, la comprensión que ahora podamos tener de los distintos sistemas de lógica modal se deberá a dicha estructura, ya que desde aquí se pueden medir los diversos alcances que estos sistemas posean en correspondencia con las tres relaciones modales de accesibilidad:

- i) Las relaciones de accesibilidad reflexivas, donde cada mundo posible es posible respecto de él mismo, esto es, todo mundo tiene una relación R consigo mismo. Se puede decir: $\forall x (xRx)$.
- ii) Las relaciones de accesibilidad simétricas, en que todo mundo w_1 es accesible a w_2 , entonces w_2 es accesible a w_1 . En general: $\forall x \forall y (xRy \rightarrow yRx)$. Lo que quiere decir: Para todo x y para todo y , si x es relativo a y , entonces y es relativo a x .

iii) Las relaciones de accesibilidad transitivas, en que si w_1 es accesible a w_2 y w_2 es accesible a w_3 , entonces w_1 es accesible a w_3 . La manera de simbolizar esta relación sería: $\forall x \forall y \forall z ((xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz)$. Esto es, si x está en una relación R con y e y está en relación R con z , entonces x está en R con z .

Dotados con esta breve explicación, ahora podemos establecer las relaciones que corresponden a cada sistema formal. Así, la relación que exige el sistema T es sólo de carácter reflexivo, pues este sistema, siendo mínimo, únicamente requiere que cada mundo sea accesible respecto de él mismo. El sistema S4, por su parte, requiere interpretar la relación entre mundos siendo reflexiva y transitiva. En B las relaciones son reflexivas y simétricas. En S5 no hay ningún tipo de limitaciones, ya que siendo el sistema más fuerte requiere de relaciones reflexivas, simétricas y transitivas entre los diferentes mundos.

Finalmente, debe insistirse en que la interpretación semántica de los mundos posibles no involucra adoptar una posición metafísica concreta con respecto a este ámbito, acaso si adaptar una estructura formal que nos permita la inteligibilidad de tales mundos. A partir de esta carencia, y debido a otras circunstancias que reclamaban posiciones específicas en un terreno ya abiertamente ontológico, es que surgió una serie de vertientes teóricas que enfrentaron decididamente el problema de entregar una cuenta para los mundos posibles. En el siguiente capítulo, se mencionarán algunas de éstas.

1.4 Teorías sobre la naturaleza de los mundos posibles.

A mediados del pasado siglo, se hablaba de ámbitos modales a los cuales se recurría para dar tratamientos a materias y problemas diversos. Lo primero que debemos considerar aquí es en qué contextos resulta más común hablar de “mundos posibles” y, por sobre todo, a qué se refieren exactamente los filósofos cuando se expresan en estos términos. En el primer caso se trata de las

aplicaciones conceptuales a las que responde la noción de mundo posible. Por supuesto, hoy podemos encontrar usos indiscriminados de esta noción en análisis económicos, teorías físicas, expresiones literarias e, incluso, en enfoques psicológicos relativos a la identificación del fenómeno de la psicosis. Por supuesto, una indagación pormenorizada para cada disciplina que se vale de este término sería una dificultad poco provechosa, si nuestro interés está en clarificar aquello acerca de lo cual estamos hablando. Por esta razón, es que circunscribimos nuestras observaciones a un ámbito filosófico, más específicamente en el terreno de lo que se denomina la tradición analítica en filosofía, lo cual nos lleva a la pregunta acerca de qué tipo de entidad es un mundo posible (MP).

En esta línea, lo primero que debiera llamar la atención es el sentido funcional de las modalidades para el caso de diversos estudios en ontología. Es lo que Divers llama las “aplicaciones ontológicas de los mundos posibles” (véase Divers, 2002: pp. 32-34). El primero de estos análisis está dirigido a lo que se entiende como el problema de la *identificación ontológica*, donde MP articulan la identificación de algún tipo de entidad intencional concebida como un cierto constructo de mundos posibles, sea una proposición o una propiedad, por ejemplo. En general, cualquier cosa es una propiedad si y sólo si es un conjunto de individuos posibles. El otro caso de aplicación ontológica de MP está en la especificación de *hacedores de verdad*²⁰ para verdades modales. No hace falta profundizar de lleno en este tema, sino tan sólo indicar que un hacedor de verdad es aquello que en el mundo hace a una proposición verdadera. Así, la pregunta sería en virtud de qué hecho efectivo en el mundo es verdadera una proposición modal (posible). Se trata de una discusión de los MP en torno al significado de los *hacedores de verdad* para afirmaciones modales.

Los dos tópicos anteriores demarcan una cierta generalización temática del uso filosófico que se ha hecho de MP, pero como sabemos que la filosofía tiende a ser omnívora, el alcance de la diversidad conceptual que aquí puede darse es, por supuesto, mucho mayor; y bien puede ir desde consideraciones epistémicas, análisis sobre el contenido del discurso y el pensamiento, el problema mente-cerebro, la identificación transmundana de individuos en lo que se refiere a la

²⁰ De la expresión inglesa “truthmaker”.

determinación de esencias, etc. Tampoco se requiere mayor especificación para cada uno de estos aspectos, pero si es importante destacar que MP, en la medida en que se mostró como una herramienta útil que permitió diversos tratamientos, en el curso mismo de su desarrollo, comenzaba a exigir explicaciones acerca de su propia naturaleza. En este contexto surgieron diversas teorías que pretendían ofrecer una “cuenta ontológica” (*ontological account*) de MP, entre las cuales se encuentran aquellas que conciben MP como propiedades de algún tipo, las que conciben MP como conjuntos máximamente consistentes de proposiciones, MP como entidades que poseen el mismo *status* ontológico que el mundo actual y las que identifican dicha noción con combinaciones de un cierto tipo de entidades dadas. En los dos primeros casos, debe reconocerse que no se trata de teorías que hayan tenido mayores influencias en el escenario ontológico-modal, a diferencia del combinatorialismo de D. M. Armstrong, el cual es seguramente el esfuerzo sistemático más acabado por ofrecer tal cuenta. En lo que sigue, se ofrecerá un recorrido explicativo breve por cada uno de los exponentes más representativos de estos enfoques, comenzando por la concepción de MP como propiedades (Alvarado, 2007), MP como conjuntos de proposiciones (Plantinga, 1974), MP en un sentido realista extremo, es decir, como entidades actuales (Lewis, 1986) y, por supuesto, la concepción combinatoria de MP (Armstrong, 1989). Por otro lado, es cierto que siempre puede resultar arbitraria tal clasificación de teorías para este campo de estudio, pues habría quienes incluirían la semántica kripkeana como un postulado más en este sentido (véase Effird & Stoneham, 2006: p. 269). Sin embargo, esto queda fuera de nuestras consideraciones por las razones expuestas en el capítulo anterior. Lo que si podemos permitirnos es mencionar la concepción modal que Ludwig Wittgenstein (1979) elaboró en su *Tractatus Logico-Philosophicus* (TLP). El motivo para hacer esto, es destacar el indudable influjo histórico que estos aportes han tenido en el ámbito modal. Es cierto que aquello que podemos señalar como el aspecto modal de la filosofía del primer Wittgenstein no suele ser tratado entre las teorías sobre la naturaleza de MP; además del hecho de figurar como una historia aparte –aunque quizás paralela– a los desarrollos lógicos de las modalidades. Pero ello no hace justicia al peso de las contribuciones tractarianas, las cuales alcanzan al propio combinatorialismo de Armstrong, el cual, en mi opinión, enfrenta dificultades que pueden ser entendidas como transversales y paradigmáticas para una cuenta ontológica estándar en esta materia. Esto motiva un tratamiento por separado de dichos problemas. Partamos por ello, del supuesto de que los filósofos se refieren

a maneras alternativas a cómo hubiera sido el mundo si no fuera como de hecho es, pero nadie parece saber exactamente qué es lo que se quiere decir con un posible estado de cosas que va más allá del mundo actual.

1.4.1 La modalidad en el *Tractatus* de Wittgenstein.

“El mundo es todo lo que acaece” (Wittgenstein, 1979, § 1: p. 35); y lo que es el caso vale tanto para los eventos que ocurren o han ocurrido. Lo que tiene lugar en el *Tractatus* como unidad de análisis mínima es aquello que es fundante y constituye la principal dimensión ontológica: los hechos (*Tatsachen*). Estos hechos son una composición compleja de objetos que se encuentran conectados. Cabe agregar que los objetos no pueden existir por sí mismos, puesto que si son los hechos aquello que determina al mundo, los objetos de forma independiente no pueden tener lugar. Pensamos los hechos del mundo como composición de objetos en un sentido lógico, esto es, la descomposición del mundo, en primer término, no es física, sino lógica. En este sentido, la totalidad –de los hechos– del mundo en un espacio lógico nos indica aquello que no o que si puede ocurrir en la realidad. La condición para pensar los objetos es que éstos entren en determinadas combinaciones que *no necesariamente* entronquen con la realidad, pues bien pueden ser re combinados en ‘estados de cosas’ (*Sachverhalten*), los cuales, a diferencia del carácter actual de los hechos, poseen un *status* más bien genérico, están fuera del espacio-tiempo, esto es, son posibles. Dado que los hechos del mundo podrían ser re combinados de diferentes maneras, entonces son contingentes. Lo que si es necesario es la lógica, la cual, según el autor “[...] significa la investigación de toda regularidad” (Wittgenstein, 1979, § 6.3: p. 187), y es a las proposiciones a las cuales se aplica dicha necesidad. Es así también como podemos llegar a entender la verdad y la falsedad. Así, la cuenta ontológica de Wittgenstein es modal y conviene al hecho de que las proposiciones atómicas, por ejemplo, adquieren su significado por asociación –o correspondencia– con los estados de cosas particulares. La parte visible de una proposición es una sentencia, una secuencia de signos, los cuales se vuelven símbolos en virtud de un acto arbitrario que los correlaciona con los hechos, pues las proposiciones atómicas vendrían a retratar (o pintar) los hechos, en el caso de la verdad; y estados de cosas (posibles), en

el caso de la falsedad. Adviértase que, a pesar de la dimensión ontológica de este enfoque, aún no existe la terminología para mundo posible, pero se destaca el uso del término ‘combinación’ (*Verbindung*) asociado al ámbito modal.

1.4.2 Mundos Posibles como conjuntos máximamente consistentes de proposiciones.

La concepción inicial sobre MP de Alvin Plantinga (1974: pp. 44-46) está en perfecto acuerdo con señalar que un mundo es “una *manera en que las cosas podrían haber sido; una manera en que el mundo podría haber sido; un posible estado de cosas* de algún tipo” (Plantinga, 1974: p. 44). Por cierto, si la tesis se agotara ahí, esto no sería una gran añadidura al planteamiento general para el término, por lo que el autor se adelanta a identificar los mundos posibles con estados de cosas en un sentido máximo y posible en el sentido ampliamente lógico. Entonces, los mundos posibles son todos y sólo aquellos estados de cosas posibles y máximos. Por supuesto, según esta visión, no todos los estados de cosas posibles constituyen un mundo. Para calificar como tal, un estado de cosas debe ser ‘máximo’ o ‘completo’. Por ejemplo, el “ser chato de Sócrates” vale como posible estado de cosas, pero no es completo o, al menos, “suficientemente inclusivo o completo para ser un mundo posible” (Plantinga, 1974: p. 44). Completud aquí es definida en términos de inclusión y exclusión. Así, para cualquier estado de cosas S y S^* , S es máximo si y sólo si (sii) para cada S^* , S incluye a S^* o S excluye a S^* . S ‘incluye’ a un estado de cosas S^* si no es posible (en un sentido ampliamente lógico) que S tenga lugar y S^* no tenga lugar. Es decir, el estado de cosas conjuntivo “ S pero no S^* ” es imposible. En términos de inclusión, no podría ser el caso de un estado de cosas que tiene lugar sii S tiene lugar y S^* no tiene lugar. Por ejemplo, si decimos “el ser el primer hombre en orbitar la Tierra de Yuri Gagarin”, incluye “el ser hombre de Yuri Gagarin”, “el ser orbitada de la Tierra”, “el ser orbitada de alguna cosa”, etc. De igual manera, un estado de cosas S ‘excluye’ un estado de cosas S^* si no es posible que ambos tengan lugar. Por ende, “el ser el primer hombre en orbitar la Tierra de Yuri Gagarin” excluye “el ser el primer hombre en orbitar la Tierra de Martin Luther King”, así como “el no haber orbitado nada de Rousseau”. Estas definiciones nos habilitan para avanzar hacia la noción de ‘completud’: un estado de cosas S es *completo* o *máximo* si para cada estado de cosas S^* , S incluye a S^* o S excluye a S^* . Esto es:

$\Box S [(S \text{ es máximo}) \leftrightarrow \Box S^* ((S^* \text{ está incluido en } S) \vee ((S^* \text{ está excluido de } S)))]$

Así, un mundo posible no es otra cosa que un posible estado de cosas máximo y el mundo actual es, en palabras del autor: "...uno de los mundos posibles; es el estado de cosas posible máximo que es actual, [e. d.] que tiene la distinción de tener lugar actualmente" (Plantinga, 1974: p. 45).

El siguiente paso de Plantinga está en la identificación de los diversos mundos con lo que él llama 'libro'. Para cada mundo posible W habrá un libro B , que será el conjunto S de proposiciones tales que p es un miembro de S , sii W implica p . Al igual que los mundos, estos libros serán máximos. Por ello, si B es un libro, para toda proposición p , o bien p es miembro de B o lo es la negación de p . La relación entre los mundos y los libros es biunívoca, ya que para todo MP habrá exactamente un libro, porque para cada MP W y proposición p , W implica p o a su negación. Así, el conjunto de proposiciones implicado por W será máximo. En síntesis, cada MP W tendrá su libro, y un libro no es otra cosa que un conjunto máximamente posible de proposiciones en algún mundo. El libro en el mundo actual, será el conjunto de proposiciones verdaderas.

Cabe observar, con Moros, que Plantinga no establece una distinción clara entre lo que es un estado de cosas y una proposición. Esto deja en curso la duda acerca de si se está hablando de un solo tipo de cosa o más bien de dos (cf. Moros, 1996: p. 130). Convengamos en que los mundos posibles son estados de cosas posibles máximos, y que estos estados de cosas, a su vez, se identifican con conjuntos de proposiciones; pero, ¿podemos decir que esto cumple el rol de una explicación plausible acerca de la naturaleza de los mundos posibles? después de todo, aquí seguiría pesando el requerimiento explicativo de qué es exactamente una proposición posible y cuál es la motivación para identificarla o diferenciarla de un mundo, y en qué contribuye esto para la explicación de la noción de mundo posible.

1.4.3 Mundos Posibles como propiedades o universales.

En el terreno que corresponde a una concepción actualista, existe un compromiso con asumir la existencia efectiva sólo del mundo actual, confiriendo un *status* ontológico diferente, al

menos, de lo consideramos como actual en términos de ‘realidad concreta’ en oposición a la condición abstracta de lo posible no actual. Hasta aquí, todas las posiciones que han sido revisadas responden a esta condición de actualismo, incluso aquellas posturas que establecen una identificación de MP con propiedades o universales. Uno de los orígenes de este tipo de concepciones está en Peter Forrest (véase 1986: pp. 15-24), quien propone explicar la naturaleza de lo posible mediante la existencia de ‘propiedades no instanciadas’. En Alvarado, esta postura es concebida como la identificación de MP con algún tipo de propiedad, específicamente, ‘universales estructurales máximos’(véase Alvarado, 2007: pp. 119-143). Un universal es estructural si se construye de otros universales de una manera determinada²¹. Es así como los mundos posibles se entienden como una construcción dada a partir de este tipo de universales. La característica de tal o cual mundo posible va a depender, precisamente, de las relaciones estructurales de estos universales en el sentido de que “todos y cada uno de los estados de cosas del mundo posible que está siendo ‘codificado’ por el universal estructural deben quedar determinados en él [...] No puede haber ningún hecho en el mundo indeterminado en el universal.” (Alvarado, 2007: p. 133) Es por eso también que el universal debe ser ‘máximo’ en lo que se refiere a no dejar un margen de variaciones y/o asociaciones no justificadas en el espacio modal en el cual nos estamos desenvolviendo. Si, por ejemplo, concebimos un universal como una propiedad, diremos que una propiedad P es máxima sii, para toda propiedad Q, una instancia de P es una instancia de Q²² o bien no lo es. Esto es, si tenemos un individuo cualquiera, una parte de éste va a instanciar P y también Q, o bien ninguna parte del individuo en cuestión que instancie P va a instanciar también Q. Hasta este punto se postulan universales estructurales para argumentar a favor de la complejidad de un mundo, pero luego se avanza a la afirmación de que tales universales deben ser trascendentes, es decir, no se requiere que estén instanciados para existir –a diferencia de un universal inmanente que si requiere de su instanciación para existir²³–,

²¹ Para Bird una propiedad estructural, como sucede con las partículas químicas, es ‘típicamente geométrica’. Así por ejemplo, las moléculas de carbono e hidrógeno, según su disposición estructural hexagonal dan como resultado benceno. (cf. Bird, 2003: pp. 154-168)

²² Entendiendo por ‘instanciación’ el estado de cosas que consiste en una propiedad ejemplificándose en un individuo (Px).

²³ Puede ser una propiedad como el peso, la altura, la propia composición química o biológica de un cuerpo determinado, etc.

por lo que se trata de universales que han de ser necesarios en todos los mundos posibles. El problema de esta cuenta es que requiere de una fundamentación rigurosa de entidades que existen independientemente de su instanciación en algún individuo, lo que involucra admitir la existencia de una dimensión abstracta que bien puede poseer un estatuto similar al mundo actual, lo que para un realismo resulta obviamente problemático. Por ello, asumir este tipo de universales en una cuenta ontológico-modal es un precio demasiado alto que debe pagar quien pretenda ser tomado en serio como realista²⁴.

1.4.4 La Teoría de las Contrapartes de D. K. Lewis.

Supongamos que en realidad no hablamos de mundos posibles que posean un carácter existencial del todo diferente del mundo actual, sino que se encuentran todos bajo la misma condición de actualidad, o sea, serían entidades de la misma naturaleza que el mundo actual. Tratase entonces de universos isla aislados unos de otros. En cada uno de estos universos isla existen también, por añadidura, una multitud de individuos desconectados espacio-temporal y causalmente de otros individuos en otros mundos. Así, no se habla de una posibilidad estipulada, sino de un conglomerado de mundos actuales existiendo todos al mismo tiempo. De hecho, más allá de una suposición, nos estamos refiriendo a una teoría bastante difundida.

Donde algunos dirían que tú estás en muchos mundos, en los cuales tienes propiedades diferentes y en los cuales te suceden cosas diferentes, yo prefiero decir que estás en el mundo actual y no en otro, aunque tienes contrapartes en muchos otros mundos. Tus contrapartes se te asemejan en contenidos y contextos bajo respectos semejantes. Se te asemejan mucho más que otras cosas en sus mundos. Pero éstas no son realmente tú. Pues cada una de ellas está en su propio mundo y tú sólo estás aquí en el mundo actual. (Lewis, 1968: pp. 114-115)

Se trata del denominado ‘realismo modal extremo’, el cual sostiene la efectividad de una pluralidad de mundos en medio de la cual nuestro mundo no es sino uno entre muchos mundos igualmente actuales (cf. Lewis, 1986: p. 2). En efecto, nada nos concede el privilegio de suponer que ocupamos un lugar central en medio de la pluralidad de mundos. Cada uno de estos mundos

²⁴ En efecto, si se es un realista comprometido con el hecho de que las únicas propiedades existentes son aquellas que descubrimos en el mundo natural, entonces no hay lugar para propiedades o universales que existen independientemente o más allá de la dimensión espacio-temporal, i. e., del mundo actual.

existe como si se tratase de planetas remotos, sólo que son mucho más grandes que meros planetas. Al referirse a mundos remotos, Lewis concede la condición de aislamiento espacial en la que se encuentra cada mundo de otro. Ninguno de estos mundos tiene un acceso físico al otro. En esta situación, lo único que podría establecerse como una relación entre éstos no pasa de ser una relación de semejanza.

En resumen, cada mundo es actual desde su propio punto de vista. Por ello, no se habla de individuos que son posibles en relación a los individuos actuales, sino de verdaderas contrapartes que se asemejan en muchos aspectos entre sí. Esto último nos proporcionaría condiciones para el establecimiento de verdades para sentencias que versan acerca de posibilidades. Consideremos las siguientes proposiciones:

i) “David Bowie pudo ser el primer hombre en orbitar la tierra”

Pero, de hecho, al menos en nuestro mundo, fue

ii) “Yuri Gagarin el primer hombre en orbitar la tierra”

Lo que hace que (i) sea verdadera son estados de cosas en otros mundos dónde las contrapartes de David Bowie son los primeros hombres en orbitar la tierra. De esta manera, decir que un individuo x es posible, es el equivalente a decir que está espacio-temporalmente localizado en otro universo y , asimismo, cuando decimos que x' es actual, queremos significar que x' está ubicado en nuestro universo. Concentrándonos en consideraciones epistémicas, vale la pena señalar que a esta teoría se le ha reprochado que, si analiza las verdades necesarias como verdades que han de tener lugar en todos los universos aislados espacio-temporalmente, parece inexplicable cómo es que podemos tener conocimiento acerca de estas verdades en dichos universos que se encuentran desconectados espacial y temporalmente del nuestro y , por lo mismo, cómo es que cualesquiera individuos en cada uno de estos universos actuales desconectados podría saber acerca de la existencia de los demás mundos (Berkovsky, 2011: p. 95). Pero eso no es todo, pues la existencia actual de, quizás, infinitos mundos actuales conformados cada uno por infinitos individuos comporta problemas en relación a la cardinalidad de los conjuntos. Como el realismo modal de Lewis asume la existencia de mundos que tienen lugar objetivamente, cada uno siendo una existencia distinta de cada otro y , además, a un mismo

nivel ontológico, debe haber entonces un ‘conglomerado’ o totalidad conjuntiva de tales mundos, por lo cual, se establece un nuevo mundo que consiste en todos los mundos. Si se permite una infinidad de mundos en este sentido, ¿qué nos impide admitir un orden superior? Esto tiene un cierto paralelismo con Teoría de Conjuntos, pues significa que tendría que haber un mundo de todos los mundos, cuyos subconjuntos tendrían una cardinalidad mayor que la de este conjunto. En este sentido, tendríamos que admitir mundos ‘fuera’ del conjunto de todos los mundos, lo que es una contradicción²⁵. Según parece, no hay mayor justificación para aceptar la existencia de un vasto número de mundos actuales en reemplazo de la noción estipulativa de mundos posibles.

1.4.5 La Teoría Combinatoria de D. M. Armstrong.

Por lo anterior, es dudoso que una teoría como la de Lewis pueda entrar en la definición de un realismo. En otro caso, bien podría sostenerse que aquello que puede jugar un rol de realismo serio sería una teoría que se inscribiera en una posición que admitiera la existencia del mundo actual como el único que realmente existe. Es lo que puede señalarse como un naturalismo. El naturalismo es la doctrina que sostiene que lo único que existe es, de hecho, aquello que se encuentra localizado en el espacio-tiempo (Armstrong, 1989: p. 3). Obviamente, esto no se compromete con sostener que cada posibilidad ocupa un estatuto de realismo extremo. Si bien, cada dimensión filosófica sistemática debe ofrecer una explicación sobre la naturaleza de los mundos posibles, ésta debería concederse dentro de los límites que sean compatibles con un naturalismo. Ello quiere decir que no se trata únicamente de convenir en que el mundo actual tiene lugar en medio de un conglomerado de mundos posibles que, en tanto posibilidad, tienen un tipo de existencia diferente de la actual. Un naturalismo consecuente no podría aceptar tal cosa, excepto como una manera de hablar, puesto que afirmar algún tipo de existencia de los mundos posibles sería reconocer dos niveles de ser: el actual y el posible. Por supuesto, hay ciertas concepciones, como la del propio Plantinga, que afirman que hay ciertas entidades que representan posibilidades. Si los mundos posibles son parte del mundo actual, entonces hay algo que debe corresponder a aquellas entidades representativas. El problema es que, si estas

²⁵ Este reproche corresponde al denominado “argumento Forrest-Armstrong”, en el cual el propio Armstrong enfatiza el reconocimiento de Lewis con respecto a ciertas estructuras espacio temporales sobredimensionadas. (cf. Armstrong, 1989: pp. 25-29)

entidades poseen una existencia independiente, entonces no están fundadas en la naturaleza. Se trataría, sin más, de ‘proposiciones objetivas’ que se encuentran fuera del orden natural, por lo cual, son causalmente impotentes con respecto a la naturaleza. Entonces, no habría porque postularlas.

En realidad, podría decirse que el ámbito de lo posible es una construcción abstracta que depende estrictamente de los elementos del mundo actual. De esta manera, un enfoque naturalista de lo metafísicamente posible puede identificarse con la idea de todas las combinaciones de un conglomerado de elementos dados en el mundo actual.

La teoría naturalista de la posibilidad, ahora pasará a llamarse una teoría Combinatoria. Se delinea la propia idea de posibilidad como la idea de las combinaciones – *todas* las combinaciones – de elementos actuales dados. Combinación aquí, requiere ser comprendida ampliamente; pues incluye la noción de expansión (...) y también la de contracción (Armstrong, 1989: p. 37)²⁶.

Por ende, los mundos posibles serían combinaciones completas y consistentes de este repertorio de entidades básicas. La idea de ‘combinación’ que aquí se presenta tiene su inspiración en el *Tractatus* (véase Wittgenstein, §3.4,: p. 67), de acuerdo a la cual una proposición determina un lugar dentro del espacio lógico, cuya existencia se debe a la existencia de sus partes constitutivas. Se podría decir así, entonces, que una combinación coherente de elementos establece un espacio lógico, el cual puede ser posible como recombinación de los elementos del mundo. Adviértase que, si dicha posibilidad puede ser tal como combinación de elementos, entonces cada uno de estos elementos ha de ser independiente de los demás, es decir, hablamos de un ‘atomismo lógico’ en donde un individuo *a* puede darse sin que se dé *b*, y viceversa.

Primero, consideraremos un número no especificado de particulares de primer orden –por ejemplo, individuos como *a*, *b*, *c*, etc. –, los cuales son simples en el sentido de que no poseen como partes propias a otros individuos. Considérese, además, un número indeterminado de propiedades también simples, sean, por ejemplo, *F*, *G*, *H*, etc. Estas serán universales, los cuales,

²⁶ Asimismo, entiéndase por *expansión*, el caso para cuyos mundos que envuelven más individuos que aquellos que existen actualmente; y, por *contracción*, cuando los mundos en cuestión envuelven un subconjunto propio de individuos e universales actuales. (Armstrong, 1989: pp. 54-63)

a su vez, pueden ser divididos en relaciones para los casos de instanciación poliádica²⁷ y propiedades para los casos de instanciación monádica²⁸. Dado esto, supongamos que el mundo actual se agota en la siguiente conjunción de estados de cosas:

i) $Fa \ \& \ Gb \ \& \ Hc$

Respecto de esto, lo primero que un combinatorialista se puede permitir, es recombinar dichos estados de cosas de la siguiente manera:

ii) $Fb \ \& \ Ga \ \& \ Hc$

iii) $Fc \ \& \ Ga \ \& \ Hb$

Para efectos explicativos, estas dos posibilidades de variación son suficientes para representar mundos posibles o conjuntos de posibles estados de cosas. Lo que no es admisible en la teoría de Armstrong son los estados de cosas posibles disjuntos y negativos. Si F y G son propiedades, éstas no pueden constituir la propiedad ‘ser F o G ’, pues se es F o se es G ; o bien, se es ‘ F y G ’, pero no ‘ F o G ’. Por otro lado, tampoco se admiten propiedades negativas como ‘no ser F ’ o ‘no ser G ’, pues, en efecto, que a sea F , tiene que ver con la situación predicativa donde se señala que a no es G , pero no se trata de la propiedad ‘no ser G ’, sino, más bien, del estado de cosas positivo de a siendo F , nada más.

Cabe observar, que la teoría está sujeta a ciertas restricciones que la inhabilitan para admitir ciertos mundos, individuos y/o propiedades que para muchos bien podrían ser plausibles. Lo que sucede es que desde el punto de vista de un naturalismo como el que Armstrong postula, las posibilidades, por así decir, no pueden ir demasiado lejos. Por ejemplo, dentro de las posibilidades que el autor descarta de raíz tenemos a los mundos vacíos, los cuales no podrían ser admitidos en el ámbito de un combinatorialismo el cual, por principio, exige que por lo menos haya algo para obtener una posibilidad. Además, no hay relaciones de accesibilidad con mundos de este tipo. Los mundos de Lewis, por otra parte, serían descartados por los motivos ya

²⁷ Como que un grupo de personas se encuentre en una habitación, por ejemplo, donde ‘encontrarse en una habitación’ sería el universal poliádico, es decir, que se instancia en más de un caso.

²⁸ En el caso de un individuo, puede ser el tener cierto peso, masa, altura, etc.

expuestos con anterioridad, sumado al hecho de que los mundos posibles, para Armstrong, son simplemente construcciones ficticias que estipulamos como un ejercicio teórico para comprender el mundo actual, tal como se postulan gases ideales, planos friccionales, etc. Finalmente, un mundo imposible constituiría el mejor ejemplo de lo que el autor entiende para estos ámbitos. Tomemos, por ejemplo, la conjetura de Goldbach, la cual reza que “Todo número par mayor que 2 es la suma de dos primos”. Si esto es así, entonces tendría que cumplirse para una serie infinita, pero no tenemos una manera de comprobarlo caso a caso a través de toda la serie, dada nuestra finitud. Por esa razón, como no sabemos exactamente el alcance de la veracidad de la conjetura o, dicho en otros términos, como no tenemos una manera de atribuirle un valor de verdad, podemos pensar un mundo en donde esta aserción sea simultáneamente verdadera y falsa. En ese caso, estamos frente a un mundo imposible. Lo que de ello se puede decir, es que este tipo de mundos, estrictamente hablando, no son mundos posibles. Se trataría, en realidad, de ‘mundos doxásticamente posibles’, en el sentido de que corresponden al ámbito de lo que es concebible, en vez de lo que es posible; y vienen al caso como herramientas de tipo conceptual en las que podemos pensar como una ayuda a nuestras intuiciones acerca de las genuinas posibilidades. Notamos, ante todo, que el combinatorialismo naturalista o actualista de Armstrong restringe el ámbito de las posibilidades en un sentido bastante razonable. No obstante, existen posibilidades o entes que, aún siendo posibles, escapan a las formulaciones combinatorias. En este punto señalamos que, como toda teoría, la de Armstrong enfrenta más de una dificultad, pero aquí nos interesan específicamente dos problemas que convienen a la idea rectora de este trabajo. En primer lugar, cómo puede esta teoría alojar la ‘existencia’ de entidades matemáticas que, en cuanto tales, corresponden al ámbito modal, pero suponen entes demasiado problemáticos para ser entendidos desde los principios combinatorios. Por otro lado, cabe suponer, sin temor a contradicción alguna, propiedades que no están instanciadas en el mundo actual, y que no pueden ser obtenidas mediante las re combinaciones de los elementos del mundo actual, pero que sin embargo son posibles. En el primer caso, el autor se ve enfrentado a las cardinalidades transfinitas, por lo que diseña una defensa que sea compatible con los principios combinatorios, pero que, a mi juicio, cae en cierta circularidad. En el segundo, la dificultad permanece abierta hasta ahora. Conviene detenernos aquí, a examinar cada uno de estos puntos.

1.5 Dos problemas para el combinatorialismo.

Como ya se ha dicho, la idea rectora de este trabajo está en la sugerencia de concebir a los mundos posibles en términos constructivistas, por lo que fijación de los siguientes dos problemas son, de una manera que ya veremos, de interés para este fin. En ese caso, bien puede entenderse que la posibilidad de nada, por ejemplo, no es de mayor interés en este sentido, puesto que toda construcción requiere que haya algo en primera instancia para poder ser ejecutada. Por eso, el *status* ontológico de las entidades matemáticas, así como la existencia de propiedades e individuos ‘extranjeros’, son consideraciones embarazosas en la medida en que los recursos del combinatorialismo son insuficientes para hacerles frente. Veremos por qué esto es así.

1.5.1 Individuos y propiedades extranjeras.

Existen ciertas intuiciones modales asociadas a posibilidades que van más allá de lo que puede ser mentado. Según parece, es intuitivamente plausible pensar en individuos que trasciendan lo que podemos describir lingüísticamente como un ‘mundo’. Se trata, en primera instancia, del poder descriptivo que un lenguaje elaborador de mundos [*worldmaking language*] puede especificar desde el punto de vista de un hablante de este mundo (cf. Lewis, 1986: p. 158). El asunto es, si podría esperarse contar con un lenguaje lo suficientemente rico como para llegar a describir y distinguir todas las posibilidades o individuos que puede haber. El planteamiento tiene dos aristas: Primero, existe la posibilidad de que haya más individuos de los que hay actualmente hay y, segundo, en términos lingüísticos, si estos individuos no existen para nosotros, cómo es que podemos nombrarlos²⁹. En este caso, la objeción bien puede valer para posibilidades que, valga la redundancia, están fuera de las posibilidades que podemos expresar mediante nuestros recursos lingüísticos. Ahora, a pesar de que Armstrong afirma que toda propiedad ha de estar instanciada en el mundo actual y ha de ser establecida por medios empíricos, tampoco parece menos legítimo acoger el siguiente reconocimiento:

²⁹ Se trata, en todo caso, de un problema sobre el poder descriptivo de un lenguaje y “es que si un lenguaje hacedor de mundos es especificado por un teórico de este mundo, entonces no se puede esperar tener un vocabulario lo suficientemente rico como para distinguir y describir todas las diferentes posibilidades que hay”. (Lewis, 1986: p. 158)

Mi demanda es que, si sólo tenemos palabras para las propiedades naturales que están instanciadas en el mundo actual, entonces no estamos en posición para describir completamente cualquier posibilidad en la cual hay propiedades naturales adicionales, ajenas a la actualidad. Es razonable pensar que hay algunas posibilidades como éstas; y no veo cómo podríamos tener palabras para las propiedades extranjeras que involucran. (Lewis, 1986: p. 159)

Esto es diametralmente opuesto a la tesis de Armstrong, quien defiende que las propiedades son, en realidad, escasas, pues no habría ningún motivo para aceptar más propiedades que aquellas que existen actualmente. Sin embargo, Lewis asegura que puede existir una cantidad de propiedades tal, que aquellas que podemos especificar en un lenguaje determinado no pasarían de ser una cantidad ínfima. En ese caso, serían más bien abundantes y responden a la siguiente definición: Una propiedad es extranjera a un mundo sii 1) No está instanciada por ningún habitante de ese mundo, y 2) No puede ser analizada como una conjunción de habitantes u objetos de ese mundo, o como una propiedad estructural construida a partir de propiedades instanciadas por objetos de ese mundo (cf. Lewis, 1983: p. 211)

Las discusiones que se han generado a partir de esta objeción, están más bien ligadas al campo de lo que se entiende como metafísica de propiedades, pero perfectamente podemos dirigir nuestra atención al alcance de lo que es posible. Pero, ¿qué decir acerca de individuos extranjeros (*alien individuals*)? Según la definición dada más arriba, lo más obvio es que un individuo extranjero sea cualquier cosa que instancie propiedades extranjeras (*alien properties*) y, consiguientemente, un mundo que contiene esta clase de individuos es un mundo extranjero (*alien world*). Como reconoce el propio Armstrong (véase 1989: pp. 57-58), la suposición de individuos extranjeros es mucho más rebuscada que la de propiedades extranjeras, puesto que, a pesar de ser genuinas posibilidades, no hay forma de dar una explicación combinatoria de éstos. Es claro que resulta muy difícil negar que el mundo pudiera contener más individuos que aquellos que contiene actualmente y que no pueden ser obtenidos mediante las recombinaciones de las propiedades o individuos de este mundo. Una manera de entender esta idea es que un individuo puede ser extranjero con respecto a un mundo más empobrecido, es decir, un mundo con una menor cantidad y variedad de individuos y propiedades. Por ello, la manera más común de convocar las intuiciones a favor de individuos extranjeros, está en considerar la posibilidad de un mundo que se encuentre relativamente contraído a nuestro mundo. Por ejemplo, en este, el

mundo actual, digamos que los átomos se componen de protones, electrones y neutrones. Pero hay un mundo en que no hay ni se conciben los protones ni los electrones, a pesar de que la física de ese mundo, de alguna manera u otra, funcione. Es un mundo contraído respecto de nuestro mundo. Si esto es así, entonces no hay problema para hacer inteligible la idea de que puede haber un mundo más enriquecido que el nuestro o, lo que es igual, que nuestro mundo se encuentre relativamente contraído con respecto a otros mundos. Luego, es posible que existan individuos y/o propiedades extranjeras. Como las posibilidades combinatorias entonces no agotan la dimensión de lo posible, en una defensa posterior Armstrong se ve obligado a considerar un campo externo de posibilidad o, como él la llama una posibilidad de ‘segundo grado’ (Armstrong, 1997: p. 165). Este solo reconocimiento se sitúa como una bandera de capitulación para los intereses del autor. Más allá de cuál sea la justificación específica de esta esfera externa de posibilidad, el caso es que la cuenta combinatoria para este caso, simplemente ha fallado. Como observa claramente Schneider (2001: p. 591), los intentos de Armstrong por acomodar los universales e individuos extranjeros a su propia teoría, resultan nefastos para otras concepciones que el autor tiene sobre los universales. Evidentemente, una esfera externa de posibilidad supone propiedades que no tienen por qué ser obtenidas por recursos empíricos. Lo que si resulta interesante, es una sugerencia hecha por Lewis de acuerdo al sentido que podríamos conferirle al término ‘extranjero’. Decíamos más arriba que cualquier cosa que instancie una propiedad extranjera es, asimismo, un individuo extranjero; y cualquier mundo que contenga a tales individuos será extranjero. Pero esto no es así conversamente. Esto es, que podríamos tener un individuo extranjero que no instancie ninguna propiedad de este tipo, sino que, en lugar de ello, combine propiedades no-extranjeras en un sentido extranjero. El ejemplo es esclarecedor: Suponiendo que las cargas negativa y positiva no son estrictamente incompatibles, y que por algún accidente o ley contingente hay una cierta partícula capaz de instanciar ambas cargas, entonces tenemos una partícula extranjera que no necesita tener propiedades extranjeras (Lewis, 1986: pp. 91-92). Quizás, una versión ampliada de este razonamiento nos autorice a transcribir: podemos construir individuos u objetos con propiedades del mundo actual, de manera tal que sigan siendo extraños a nuestro mundo, pero posibles al fin y al cabo. No perderemos esto de vista.

1.5.2 Verdades y entidades matemáticas.

Según la cuenta combinatoria, entonces, todo lo que existe se encuentra localizado espacio-temporalmente, y dicha dimensión posee una estructura última, a saber, una conjunción de estados de cosas constituidas por individuos instanciando universales, los cuales, a su vez, han de ser identificados por procedimientos empíricos dados a partir de las ciencias naturales, por lo que se trata de determinaciones *a posteriori*. Lo que es meramente posible es una recombinación no-existente de dichos elementos actuales. Así, los campos de lo ficcional y de lo real quedan delimitados. Pero, con respecto a las entidades matemáticas la pregunta parece saltar a la vista: ¿de qué manera podemos postular la existencia de ciertas entidades, así como verdades acerca de las mismas que se encuentran fuera del espacio-tiempo? En primer lugar, se distingue entre verdades aritméticas y entidades aritméticas. Tenemos, por ejemplo, a los entes aritméticos 7, 5 y 12, de los cuales podemos afirmar la verdad: $7+5=12$. La justificación de un conocimiento de este tipo es un asunto *a priori* y, al mismo tiempo, se trataría de verdades ‘analíticas’, por lo que son establecidas por la sola referencia al contenido de los conceptos involucrados. Como dichas aserciones son analíticas, entonces no hay mayor problema en reconocer que son también necesarias, lo que en el bagaje modal es equivalente a decir que en cada mundo posible en el cual tengamos siete objetos, además de cinco objetos adicionales, tendremos como resultado doce. Por esta razón también, no es necesario escarbar a mayor profundidad para notar que las matemáticas conciernen a la dimensión modal. $7+5=12$ es verdadero en todos los mundos posibles, por lo cual $7+5=15$ correspondería a un mundo más bien imposible, del cual ya se dijo que no es aceptado como legítima posibilidad por Armstrong.

Hasta aquí, todo parece marchar con bastante claridad, pero, como sabemos, después de Cantor, el alcance existencial de lo que podemos considerar como entes numéricos trascendió límites como jamás se había hecho. La explicación para la reduplicación transfinita de series numéricas queda reservada para el siguiente capítulo, así que por el momento consideremos el problema desde una perspectiva más o menos generalizada. Partamos con una objeción importante para el combinatorialismo: tenemos, en primer lugar, que el mundo del espacio-tiempo es todo lo que hay. Por otro lado, habría ciertas entidades admitidas por los matemáticos que no poseen existencia en el mundo natural. Consideremos, a modo ilustrativo, que para la

serie de los números naturales habrá un subconjunto propio que es más grande que la serie en cuestión, y que podría tratarse de los números reales. Como Georg Cantor descubrió, siempre será posible derivar, a partir de un conjunto infinito dado, una infinitud cada vez mayor (Cantor, 1955: pp. 169-173). Así, para cada infinito cardinal, va a existir un infinito cardinal que es más grande que éste. De aquí surge la conclusión obvia de que hay al menos un infinito cardinal mayor que el número de cosas que existen en el mundo del espacio-tiempo. Si esta infinitud es más grande que la cantidad de cosas que de hecho hay, entonces no enumera la cantidad de cosas existentes, sino que va ‘más allá’ de todo lo que hay. ¿Cómo es posible, entonces, que exista tal cosa?, ¿De qué manera justificamos la existencia de números tan grandes que parecen sobrepasar toda cuantificación actual? en otras palabras, el problema es cómo ‘anclamos’ su existencia en el mundo.

Si las entidades numéricas conciernen a la esfera teórica de las modalidades, y la teoría combinatoria es una cuenta ontológica que pretende explicar dicha esfera, entonces debería estar bien equipada para enfrentar esta dificultad y, a primera vista, parece estarlo.

Consideremos la noción de expansión del mundo actual de la siguiente manera (Armstrong, 1989: pp.54-63). Supongamos que el mundo está constituido por los individuos simples *a* y *b* instanciando las propiedades *F* y *G*, respectivamente:

i) *Fa* & *Gb*

En primer lugar tenemos que éstos pueden ser re combinados en los estados de cosas:

ii) *Fb* & *Ga*

Pero, ¿es este el único mundo posible que podemos construir? Ciertamente no, pues podemos llevar a cabo una recombinación tal que nos arroje como resultado más individuos que los que hay actualmente. Entonces:

iii) *Fb* & *Ga* & *Fa*.

Así, hemos logrado una expansión del mundo. Con ello, podría decirse que los infinitos cardinales ‘existen’ porque simplemente es posible, para cada uno de estos infinitos cardinales, que el mundo contenga una colección de individuos u otras entidades cuyo número es ese

cardinal. Entonces, la existencia de estas entidades numéricas es la posibilidad de la existencia actual en términos de expansión del mundo. Aunque, si la existencia de estas cardinalidades depende en este sentido de las posibilidades, no debemos esperar que cada concepto matemático pueda abstraerse directamente de lo actual; puesto que, por un lado, aunque que los mundos posibles llegaran a contener un número de individuos equivalente a esa cardinalidad, aún no nos dice qué son exactamente los números y, por otro, las cardinalidades infinitas pueden alcanzar una extensión tal, que difícilmente puede decirse que se correspondan biunívocamente con mundos expandidos. En particular, esta última observación puede fundamentarse en elementos de juicio que, por alguna razón, Armstrong ni siquiera menciona. En lugar de ello, avanza hacia la formulación conceptual de número (Armstrong, 1989: pp. 119-137). Lo primero a considerar aquí, es que los números son relaciones internas entre cierto tipo de universales estructurales, los cuales supervienen a los estados de cosas más básicos³⁰. Una superveniencia es una manera de capturar relaciones de dependencia. Por ejemplo, si decimos que estamos de acuerdo en que los fenómenos mentales dependen de los fenómenos físico-químicos del cerebro, entonces decimos que los fenómenos mentales supervienen a los fenómenos cerebrales. No será necesario entregar los detalles pormenorizados de esta cuenta, salvo para decir que la tesis central está en decir que los universales estructurales que supervienen a los estados de cosas, en el combinatorialismo son llamados propiedades unitarias (*unit-properties*). Consideremos primero un universal fuertemente particularizado, es decir, que divide su extensión en instancias que no coinciden, y así lo podemos considerar como estructural. Por lo cual, el universal F queda instanciado particularmente en dos estados de cosas distintos: *Fa* y *Fb*. Distingamos ahora, entre un conjunto y el agregado que corresponde a ese conjunto, donde podemos suponer un conjunto de 15 electrones siendo cada uno de éstos miembros del conjunto y, al mismo tiempo, partes de un todo constituido por los 15 electrones. Este agregado, a su vez, tiene la propiedad de ser quince veces

³⁰ Decimos aquí estados de cosas más básicos para evitar la noción estados de cosas de primer orden que aún no hemos introducido. Un estado de cosas de primer orden es simplemente un estado de cosas cualquiera del mundo, el cual viene dado por la instanciación de un universal en un individuo: ser un computador de color gris, una persona redactando una tesis, una mesa de madera, etc. Ahora, un conjunto de estados de cosas de primer orden constituye un estado de cosas de totalidad, a saber, el estado de cosas consistente en la conjunción dada por el computador gris, la mesa de madera y la persona escribiendo en esta habitación. Esa totalidad, es 'un' estado de cosas, pero de orden superior o de segundo orden, por supuesto, diferente a las de primer orden. La noción va referida, así, a totalidades de estados de cosas.

la masa de cada uno de los electrones. Así, a cualquier conjunto o número cardinal corresponderá, a lo menos, un agregado. A la noción de clase como ‘muchos’ corresponderá siempre una clase como ‘uno’. La multiplicidad llevará adjunta la unitariedad. De aquí se pueden seguir dos cosas:

1) El todo o agregado de 15 electrones instanciará la propiedad estructural ‘ser un agregado de 15 electrones’³¹.

2) Se puede introducir la noción de propiedad unitaria sobresaliente.

Para el caso del universal ‘ser un agregado de 15 electrones’, la propiedad unitaria sobresaliente es simplemente ‘ser un electrón’. La relación, por tanto, entre ‘ser un agregado de 15 electrones’ y ‘ser un electrón’ es una relación de proporción interna entre universales. En conclusión, un número, más allá de ser simplemente una multitud de unidades, es la razón abstraída de una cantidad cualquiera, con otra cantidad del mismo tipo, la cual es tomada como unidad. Si ser 15 electrones quiere decir ‘ser un agregado quince-E’, esto da lugar a la proporción 15 con ‘ser un E’ y ‘ser un agregado $\aleph_0$ -E’, puesto que, a fin de cuentas, no sabemos hasta donde llega numéricamente la propiedad de ser un electrón, o cuántos electrones hay. Estas proporciones entonces se identifican con los números 19 y $\aleph_0$, respectivamente, y ello valdría para toda clase de números, sean naturales o reales. Supongamos que tenemos la propiedad unitaria ‘ser un kilogramo de masa’. Podemos entonces tomar ‘ser 2,5 kilogramos de masa’ para ponerla en la proporción 2,5 con esta unidad. De igual manera, podemos tomar ‘ser π kilogramos de masa’ en relación a la proporción π con esa misma unidad. Como el propio Armstrong reconoce, este último punto es una percepción extremadamente simplificada de los números racionales y de los reales, pues, incluyendo a los números naturales, perfectamente podemos hablar de números en diferentes sentidos.

Finalmente, podemos considerar que la cuenta del autor para los números naturales, es insuficiente para responder a otras clases de números. Si poseemos una infinitud comprendida en un intervalo cualquiera y, asimismo, si esa infinitud es suficiente para suponer, a su vez, infinitas

³¹ Que no es lo mismo que ser cada uno de los elementos siendo un electrón, sino de la composición de una parte E (ser un electrón) en relación a otras catorce partes distintas, cada una siendo E y en relación a las demás.

otras mayores que ésta, sin importar cuál sea la expansión combinatoria que se haga del mundo actual, se puede pensar que siempre habrá cantidades tan grandes que no podrían corresponder en relación uno a uno con la totalidad de los objetos contruidos en esos mundos posibles. Si, por ejemplo, tenemos un conjunto con tres elementos, sea que $A = \{a, b, c\}$ y, de acuerdo a las diferentes reglas conjuntistas³² y a la fórmula para obtener el conjunto potencia de A: $\mathcal{P}(A) = 2^n$, tenemos que $\mathcal{P}(A) = \{a, b, c, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{\emptyset\}\}$, cuya cardinalidad es 8. Luego, el conjunto de todos los subconjuntos de un conjunto es mayor que el conjunto en cuestión y, si sumado a esto, suponemos que estos conjuntos son infinitos, dicho incremento será exponencial y, por ende, no hay manera de asegurar que toda expansión combinatoria asegure un fundamento para todas esas cardinalidades. Lo que esto nos puede llevar a concluir, en el mejor de los casos, sería que podemos acceder a un nivel de abstracción tal que, de alguna manera, establezcamos combinaciones entre propiedades de segundo orden³³ para obtener un tercer orden, y así en adelante. Pero esto último genera aún más interrogantes, puesto que si llevamos a cabo recombinaciones de orden superior, según parece, no importa de qué propiedades se trate, puesto que la definición de, por ejemplo, π , es cardinal y, si lo consideramos como derivado de una serie o intervalo determinado, también sería ordinal. El punto es, ¿de qué manera podría una serie de recombinaciones arrojar como resultado una cantidad inconmensurable? Si las recombinaciones pueden ser, tal vez, infinitas, ¿cuál de esas infinitas recombinaciones se corresponde exactamente con π , o con $\sqrt{2}$, etc.? Otra forma de decirlo es que, los principios del combinatorialismo aún no nos garantizan un fundamento que de cobertura a este tipo de entes, si es que podemos llamarlos de esta manera. Con todo, lo que Armstrong pretende, es ofrecer una explicación realista de los entes aritméticos; sin embargo, si esta es una de las principales motivaciones, no debería haber problema en asumir otro(s) enfoque(s) movido(s) por el mismo interés, a saber, comprometerse con una percepción realista.

³² En esta situación: i) Todo conjunto es subconjunto de sí mismo, ii) $\{\emptyset\}$ o conjunto vacío es subconjunto de todos los conjuntos y, iii) El conjunto de todos los subconjuntos de un conjunto C, es el conjunto potencia de C: $\mathcal{P}(C)$.

³³ Propiedades construidas de otras propiedades.

II. La Alternativa Constructivista.

Lo último que hemos revisado en el contexto de la teoría combinatoria de la posibilidad, es un problema de más antigua data que las propias cuentas ontológicas de los mundos posibles. Una manera de enfrentar estas dificultades, está en la estrategia desarrollada por los intuicionistas.

2.1 El conjuntismo y el intuicionismo.

Para comprender la importancia del intuicionismo, es necesario situarlo en un contexto que tiene lugar a finales del siglo XIX y a comienzos del siglo XX, específicamente en el ámbito de la fundamentación de las matemáticas (Snapper, 1979: pp. 207-216). De esta manera, surgiría, en primer lugar el Logicismo. Esta corriente fue iniciada por el filósofo, lógico y matemático alemán Gottlob Frege y continuada por Bertrand Russell. El programa consistía en afirmar que toda la aritmética era reductible a la lógica. Por supuesto, esta empresa fracasó, aunque no hace falta entrar en algún detalle, puesto que la principal atención polémica del intuicionismo estaba centrada en el programa formalista de Hilbert. Este consistía en proporcionar una fundamentación de las matemáticas mediante procedimientos que hagan de cada enunciado matemático una fórmula claramente determinable y que podamos derivar con rigurosidad. De esta manera, las inferencias llevadas a cabo en matemáticas resultarían irrefutables, puesto que, cuando formalizamos, lo que formalizamos son teorías entendidas como conjuntos de axiomas en un lenguaje formal dado. Quizás sea correcto decir que, en resumen, se trata de que toda la matemática puede ser axiomatizada, formalizada y probada – esto último es, derivada–. Ahora, es claro que este excesivo optimismo refleja la idea de que, en cierto sentido, las matemáticas hablarían por sí solas. En este sentido, los formalistas se acercarían bastante a los logicistas al pensar que no hay nada de malo en las matemáticas clásicas. Después de todo, más que cuestionarlas, el Logicismo sólo pretende mostrar que la matemática es reductible a la lógica, lo cual involucra el compromiso de asumir algún tipo de existencia para estos ‘objetos lógicos’. Sin embargo, para el Intuicionismo el escenario es radicalmente diferente, por lo que las matemáticas

estarían plagadas de errores como así lo demuestra la teoría intuitiva de conjuntos— no axiomática — elaborada por Georg Cantor. Hilbert llegaría a afirmar que la teoría de Cantor es un paraíso creado para los matemáticos del cual nadie los expulsaría, con lo cual está claro que adhiere a refrendar la existencia de este universo abstracto.

Por supuesto, este tipo de afirmaciones son más poderosas en la boca de quien las formuló, y quien entendía por conjunto “cualquier colección en un todo M de objetos definidos y separados de nuestra intuición [*sentidos*] o nuestro pensamiento” (Cantor, 1959: p. 85). Por otra parte, y según también afirmaba Dedekind: “un conjunto es infinito cuando es posible establecer una correspondencia biunívoca con una parte propia” (D'Amore, 2006: p. 189) estableciéndose una relación biunívoca entre el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) y, digamos, un subconjunto de éste, $\mathcal{P}(\mathbb{N})$, que identificaremos con la serie infinita de los números pares. Al pensar la infinitud de esta manera, la estamos concibiendo de la forma más finita posible, haciendo de ella un concepto manejable y bien definido.

Pero esto no basta para definir lo que Cantor descubrió, o creyó descubrir posteriormente, a saber, una sucesión hiperinfinita de infinitos, cada uno más grande que el anterior. Desde luego, una vez establecido —mediante el ya famoso Procedimiento Diagonal— el hecho de que la serie infinita de los números naturales es menor a la de los números reales, podemos avanzar a la consideración de que en un intervalo dado, (α, β) , puede aplicarse un procedimiento de derivación para cada conjunto infinito que obtengamos a partir del mismo. Es, por así decir, como si escogiésemos un punto cualquiera del intervalo, y a dicho punto se le ha de llamar el ‘Punto de Acumulación’ de (α, β) (cf. Torretti, 1998: p. 19), ya que a partir de allí podemos comenzar a derivar infinitudes. Por supuesto, dado un intervalo abierto, es decir, sin límites exactamente acotados³⁴, y tomando un punto x , diremos que x contiene una infinidad de puntos P . En ese caso x será el punto de acumulación del conjunto de puntos P . Lo mismo sucederá con cualquier otro punto de (α, β) , lo cual permite seguir derivando puntos de acumulación. Denotaremos a la colección de puntos de acumulación de P por $P^{(1)}$, que no es otra cosa que el conjunto derivado de P . Yendo aún más lejos, podemos formar sucesivos subconjuntos $P, P^{(1)}$,

³⁴ Convengamos en que los puntos dados como cotas en el intervalo $(3, 4)$ contienen una secuencia x tal que $3 < x < 4$.

$P^{(2)}, P^{(3)}, \dots, P^{(n)}$. Este procedimiento puede aplicarse para cada número natural, por lo que $P^{(\omega)}$ denotará la serie conjuntos derivados $P^{(\omega+1)} P^{(\omega+2)} P^{(\omega+3)}$, en donde se habla de una infinita sucesión de infinitos cada vez más grandes. En otros términos, se trata de una serie infinita en un intervalo abierto dado y, entre cada uno de los infinitos términos de la sucesión, una infinitud de otros infinitos, y de ahí en adelante podemos formar sucesivos subconjuntos $P, P^{(1)}, P^{(2)}, P^{(3)}, \dots, P^{(n)}$, encontrándonos con conjuntos cada vez más grandes.

Lo que es característico en la teoría de conjuntos de Cantor, es que el autor se refiere a los números naturales, los racionales y los reales como series ‘infinitas’ que constituyen un cuerpo determinado y agotable, esto es, como totalidades acabadas. Este es un punto de vista heredado incluso por la Teoría Axiomática de Conjuntos de Zermelo-Fraenkel³⁵. Tal percepción, a diferencia de Aristóteles quien entendía el infinito como potencial³⁶, involucra un tratamiento del infinito matemático como algo más bien finito, puesto en acto, a saber, el famoso ‘infinito actual cantoriano’. En consecuencia, esta idea acepta que las colecciones infinitas poseen un *status* existencial propio, por lo que no serían elaboraciones humanas, sino hechos objetivos que, de alguna manera, han de ser descubiertos, en vez de ser generados por algún procedimiento. Por supuesto, los intuicionistas no aceptan esto, acaso por la serie de paradojas y problemas que esta teoría dio como resultado. Para los intuicionistas, lo que en realidad corresponde a dichas nociones son operaciones o procedimientos, por lo que se trata de nociones intensionales, es decir, en referencia a las notas o al contenido conceptual de algo. De esta manera, se dice que “el concepto ‘número natural’ está constituido por un proceso u operación de agregar sucesivamente 1 a la serie” (Read, 1994: p. 214). En el caso de los números reales, decimos que cada número de este tipo es un límite en una serie de aproximaciones, donde su expansión decimal se extiende por más y más términos. En definitiva, tanto los números naturales como los reales pueden ser obtenidos por un procedimiento constructivo. Evidentemente, estos presupuestos no son gratuitos, ya que tienen una raigambre fuertemente filosófica.

³⁵ En particular, el Axioma de Elección de Zermelo.

³⁶ ‘Lo indeterminado’ [Τὸ ἀπείρῳν]. (cf. Aristóteles, 1994: A II 994b 25)

2.2 Algunos tópicos de la filosofía de Brouwer.

El intuicionismo fue iniciado por el matemático holandés Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966)³⁷ y se trata, no de una teoría matemática, sino de una concepción filosófica de las matemáticas que el autor venía perfilando desde su juventud. Dichas ideas marcan un fuerte contraste con la tradición conjuntista y se arraigan en la noción de ‘intuición fundamental’ del intelecto humano, lo que no es otra cosa que la intuición del tiempo. Se trataría, por así decir, de una percepción originaria del fluir temporal donde tiene lugar la repetición de algo [que está sucediendo] en-el-tiempo. Cada repetición de ese algo-en-el-tiempo posibilita la siguiente, y esto es captado por la intuición humana como unidad de la relación bivalente ‘antes-después’. De esta manera, disociamos los instantes de la vida en elementos diversos, los cuales pueden ser reunidos mientras estén separados por el tiempo. En ese caso, se trataría de la intuición del vínculo *duo-unidad*.

Esta intuición de la duo-unidad, la intuición básica de las matemáticas, crea no sólo los números uno y dos, sino también todos los números ordinales finitos, en cuanto uno de los elementos de la duo-unidad puede pensarse como una nueva duo-unidad, y este proceso puede repetirse indefinidamente. Ello da nacimiento además al más pequeño número ordinal infinito ω . Por último, esta intuición básica de las matemáticas, en la que se unen lo conexo y lo separado, lo continuo y lo discreto, genera inmediatamente la intuición del continuo lineal, es decir, del “entre” que no se agota con la interposición de nuevas unidades y que, por lo tanto, no puede nunca pensarse como una mera colección de unidades.³⁸

Así, tenemos la intuición de aquello que permanece conexo, que es unitario (lo continuo), y de aquello que es separable, por tanto, dual (lo discreto). Los momentos vívidos se suceden uno tras otro, por lo que podrían ser pensados como un instante de tiempo t_1 seguido de un instante de tiempo t_2 , donde t_2 vendría al caso a propósito de t_1 . Así, la separación de t_1 y t_2 es, al mismo tiempo, la continuidad ‘ t_1 - t_2 ’. Lo discreto, evidentemente, no se puede pensar por sí mismo en el sentido de una separabilidad extrema, ya que parece obvio que ningún momento de la vida depende absolutamente de sí, sino que tiene sentido en orden a lo anterior. Lo discreto se concibe

³⁷ Sobre todo, en lo referido a la crítica del Principio de Tercero Excluido, algo sobre lo cual volveremos. (véase Brouwer, 1967: pp. 334–341)

³⁸ Referencia tomada de: Torretti (1998: p. 536)

en la medida en que retenemos el recuerdo de lo continuo. Lo separable, es así ‘sostenido’ unitariamente. Ahora, si vaciamos de su contenido esta intuición de lo que permanece y de lo que cambia, aparece la intuición matemática fundamental (cf. Torretti, 1998: p. 536).

La intuición de la duo-unidad podrá ser pensada, a su vez, como otra unidad que, al no ser retenida por sí misma, se le agregará otra alteridad a la que llamaremos 3, y así sucesivamente, de manera que tenemos un procedimiento de construcción para el orden de los números naturales al que, como en Cantor, podemos designar como ω . A partir de aquí, también se puede desarrollar una accesibilidad constructiva para los números racionales mayores que 0 y menores que 1, en el ámbito de la intuición originaria como un tránsito entre lo primero y lo segundo. Como sabemos, los números racionales son entendidos en las matemáticas clásicas como densos, por lo que entre dos números racionales cualesquiera, ‘siempre’ habrá otro número racional, por lo tanto hay infinitos. Pero, como se dijo más arriba con respecto a los números reales, en el intuicionismo se da la concepción de los números racionales como la operación de extender un límite mediante una serie de aproximaciones, donde cada expansión decimal es extendida por más y más términos. En ese caso, la única infinitud posible es la denumerable, en el sentido de ir llevando a cabo la acción de enumerar o computar una serie que genere un nuevo elemento cada vez. Por lo mismo, aquí no hablamos de conjuntos como si se tratase de sistemas completos, sino de un método en virtud del cual consideraremos al continuo entre lo primero y lo segundo – según el orden de los enteros positivos– como una matriz generadora de unidades o puntos.

Lo que resulta notable de Brouwer, es que baja las matemáticas del cielo de lo trascendente, para traerlas a la realidad de lo inmanente. Esto, en parte, explica el por qué de su rechazo del principio del tercero excluido, pues, si convenimos en no dar crédito a la efectividad del infinito actual, esto es porque la comprensión de una estructura infinita no consiste en otorgar, *prima facie*, una autonomía existencial a dicha estructura, sino en comprender el procedimiento que la construye. Que el sistema o la estructura sea infinita, significa simplemente que el proceso de generación de la misma puede continuar de forma indefinida, no que la infinitud como tal venga ya contenida en ésta. Si esto último fuera realmente así, entonces quiere decir que todo problema matemático puede ser resuelto o, lo que sería igual, la solución se encontraría ya en la estructura esperando ser ‘descubierta’. Esto es lo que precisamente se afirma al aplicar el principio de tercio

excluso a agregados infinitos, ya que la validez universal de este principio nos obliga a aceptar que no habría absolutamente ningún problema de esta disciplina que sea insoluble. Evidentemente, esto es inaceptable para quien entienda que las matemáticas son una elaboración histórico-cultural humana, por lo que sus paradojas y problemas son connaturales a la propia imperfección del hombre. Nos haremos con una revisión más formal de este punto en el apartado siguiente.

2.3 La Lógica Intuicionista.

Por cierto, a Brouwer no le interesaba el desarrollo de un sistema formal de lógica en un sentido estricto, simplemente porque no estaba convencido de que las matemáticas dependieran de la lógica³⁹. Por ello, la excusa que tiene el discípulo más importante de Brouwer, Arendt Heyting, para elaborar una lógica intuicionista está en explicar de manera más generalizada los teoremas matemáticos. En palabras del autor, “[...] un teorema lógico: no es sino un teorema matemático de generalidad extrema; es decir, la lógica es una parte de las matemáticas, de suerte que en modo alguno puede servir de fundamento suyo” (Heyting, 1976: p. 40). Hecha esta aclaración, nos hacemos cargo de la advertencia del autor, de que la aplicación de la lógica intuicionista, tal como se presenta en un principio, atañe a proposiciones matemáticas. Evidentemente, este trabajo pretende un alcance que vaya allende esta disciplina, por lo que nuestras explicaciones presupondrán proposiciones que sean asequibles para más de un tipo de contenido. Por otra parte, por razones de simplicidad y, en orden a no abordar problemáticas que nos desvíen de rumbo, nos circunscribimos, de aquí en adelante, al ámbito del cálculo proposicional.⁴⁰

Comencemos diciendo, ante todo, que en el cálculo proposicional intuicionista (CPI) una demostración es en realidad una construcción, de manera que todas las conectivas serán definidas en estos términos.

³⁹ Por supuesto, esto se refiere al Logicismo, aunque sería más exacto decir que para este último es, en realidad, la aritmética la cual es reductible a la lógica.

⁴⁰ Me he de sentir así, tentado a abordar la dimensión del cálculo de predicados de primer orden en un contexto más específico para este campo, lo cual, también por razones de espacio, no es posible hacer aquí.

La noción de conjunción establecida aquí es bastante cercana a la del cálculo proposicional clásico (CPC): “ $p \wedge q$ ” puede aseverarse si y sólo si (sii) pueden ser aseveradas tanto p como q . Esto es, si “ $p \wedge q$ ” es una expresión compleja a partir de la cual pueden ser construidas tanto p como q ; entonces, si puede construirse p y puede construirse q , también podrá construirse “ $p \wedge q$ ”.

La disyunción nos dice que puede afirmarse “ $p \vee q$ ” sii podemos afirmar al menos p , o al menos q . Sea la expresión “ $p \vee q$ ”, decimos que ésta puede ser construida tanto a partir de p como a partir de q . Aquí tenemos ciertas permisividades: si a partir de p podemos construir una proposición I , y a partir de q podemos también construir I , entonces I es construible a partir de “ $p \vee q$ ”.

Para la implicación hayamos una situación interesante. Que “ $p \rightarrow q$ ” pueda ser construida quiere decir que q puede construirse a partir de la proposición p . Por ello, decimos que la implicación, “ $p \rightarrow q$ ”, puede afirmarse sii contamos con una construcción, C , que junto con cualquier otra construcción que demuestre p , automáticamente lleve a cabo una construcción que demuestre q . En otras palabras, una demostración C de p constituirá una demostración de q . En este caso, según observan Hilbert y Ackermann (1975: p. 43), estamos habilitados para admitir la transitividad. En efecto, a partir de $p \rightarrow q$ y de $q \rightarrow I$ puede ser construido $p \rightarrow I$. La construcción $p \rightarrow (q \rightarrow I)$ es análoga o igual a la constructibilidad de $p \wedge q \rightarrow I$.

Una de las principales controversias que distancian a CPC de CPI está en las diferentes perspectivas que estos cálculos guardan en cuanto a la negación. Para los intuicionistas, la negación está basada en la contradicción. Como es muy difícil reducir la contradicción a expresiones más básicas, al menos en términos matemáticos, aquí se tomará como primitiva. Con ello decimos, entonces, que la posibilidad de construcción de $\neg p$ quiere decir que p puede ser construida desde una contradicción. De esta manera $\neg p$ será igual a “ $p \rightarrow 1=2$ ”.

En este punto cabe destacar que muchas fórmulas proposicionales que son válidas para CPC también lo son para CPI, pero, asimismo, hay muchas otras que no lo son. Una situación importante la encontramos en la forma alternación que expresa el principio de tercio excluso: $p \vee \neg p$. Como ya se ha dicho, el supuesto intuicionista está en el rechazo de que todos los problemas matemáticos puedan ser de hecho resueltos. Si así fuera, tendríamos que aplicar forzosamente el

principio de bivalencia a toda aserción matemática al no saber si es posible o no, es decir, aunque no sepamos si la serie de números primos es infinita o no, por fuerza la proposición “Los números primos son infinitos” tiene que ser verdadera o falsa. De esta manera, diremos que para la perspectiva de CPC es ‘necesario’ que toda proposición matemática sea verdadera o falsa, sin importar que haya sido demostrada o no. En lo que se refiere a series infinitas, es ya tradición recurrir a la conjetura de Goldbach para ejemplificar las dificultades que aparecen en este punto. Así, la conjetura afirma que “Todo número par mayor que 2 es la suma de dos números primos”. Lo que $p \vee \neg p$ exige es que debe haber un método para decidir la conjetura. Como para los intuicionistas es dudoso que exista un método general para la resolución de todos los problemas de esta índole, entonces no habría ningún derecho de aseverar este principio, el cual puede también presentarse bajo la forma “ $\neg p \rightarrow p$ ” o el Principio de Eliminación de la Doble Negación (EDN). El problema con EDN está en las demostraciones para agregados infinitos. Por ejemplo, si queremos demostrar la proposición p de que hay infinitos números primos, evidentemente no podemos hacerlo directamente, por lo que recurriremos a la *Reductio ad Absurdum*. El procedimiento consiste en afirmar la existencia de tal infinitud, aseverando la contradicción de la proposición contraria ($\neg p$). Así, si la proposición que deseamos defender es que hay infinitos números primos, evidentemente esto quiere decir que no hay ningún número de estos que sea mayor que los demás, ya que se trataría del último y la serie sería finita. En ese caso el procedimiento de reducción consistirá en admitir un número primo, k , que será el mayor de todos los primos. Ahora, consideremos un número mayor que k que no es primo, λ , tal que $\lambda = k + 1$. Observamos que λ siendo no-primo y mayor que k , debe tener algún divisor primo. Pero, según la definición $k + 1$ de λ , al ser divisible por algún primo dejara como residuo 1. Esto es una contradicción, porque los factores primos que dividen a λ deben ser divisores exactos, pero, al mismo tiempo, la definición de λ es correcta. Resumiendo, en la demostración de p hemos interpuesto su negación $\neg p$, lo cual nos ha llevado a una contradicción. Luego, hemos demostrado p . Desde un punto de vista intuicionista, se puede afirmar que no es igual decir que se ha probado p a decir que se ha probado, en realidad, $\neg \neg p$. Así, lo que se ha hecho con el ejemplo anterior es la demostración de $\neg \neg p$. Decir que por este método indirecto hemos llegado a p nos compromete con la afirmación de que siempre será el caso de $p \vee \neg p$, lo que significa para las series infinitas un tratamiento de las mismas como totalidades acabadas, como infinitos

puestos en acto. Plantear el antecedente “no es el caso que no hay infinitos números primos” ($\neg\neg p$), es en el fondo asegurar la totalidad dada de esta serie en las premisas para concluir que, entonces, “hay una infinidad de números primos” (p).

Por el contrario, la implicación $p \rightarrow \neg\neg p$ si es aceptada por los intuicionistas. De p , se sigue que no es posible que no- p . En efecto, si planteamos la hipótesis p , entonces de ello se sigue que $\neg p$ es contradictorio, por lo que $\neg\neg p$ ha de ser válida. A ello cabe observar que $p \rightarrow \neg\neg p$ también la podemos escribir como $p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$, siendo esta última lógicamente equivalente a $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$, que en el sistema propuesto por Heyting oficia de axioma⁴¹. Los axiomas propuestos por Heyting para el cálculo proposicional intuicionista son:

- i) $p \rightarrow (p \wedge p)$
- ii) $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
- iii) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \rightarrow r))$
- iv) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- v) $q \rightarrow (p \rightarrow q)$
- vi) $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
- vii) $p \rightarrow (p \vee q)$
- viii) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
- ix) $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
- x) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

⁴¹ En definitiva: “ ‘ $A \vee \neg A$ ’ es clásicamente de validez universal, más no intuicionísticamente; pero no solamente tiene ‘ $A \rightarrow \neg\neg A$ ’ validez universal clásicamente, sino también intuicionísticamente, pues bajo la hipótesis de ‘ A ’, evidentemente ‘ $\neg A$ ’ es contradictoria, es decir, ‘ $\neg\neg A$ ’ es válida; podemos escribir esta fórmula también de la forma siguiente: ‘ $A \rightarrow ((A \rightarrow 1 = 2) \rightarrow 1 = 2)$ ’, que se halla por sustitución en la forma proposicional universalmente válida desde el punto de vista intuicionista, ‘ $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$ ’, que es equivalente a ‘ $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$ ’ y por ello expresa únicamente que a partir de ‘ A ’ y de ‘ $A \rightarrow B$ ’ se puede concluir ‘ B ’ “. (Heyting, 1976: p. 43)

$$\text{xi) } ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$$

Observamos, en primer lugar, que a partir de esta base axiomática las fórmulas $p \vee \neg p$ y $\neg\neg p \rightarrow p$ que expresan los ya mencionados principios, no pueden ser deducidas, por lo que nos encontramos frente a algo así como a una innovación en términos sintácticos. En un sentido, es verdad que existe un cierto debilitamiento frente a CPC, pues se pueden hacer menos inferencias que en éste, pero eso es algo que no parece molestar a los intuicionistas. Por otro lado, de estos nueve axiomas sólo en los dos últimos opera la negación, por lo que los nueve primeros pueden constituir por sí mismos una base para la elaboración de una lógica positiva independiente. Sobre (x) cabe señalar que ha habido cierta resistencia a reconocer su legitimidad, pues sería equivalente a reconocer que p se considere absurdo o, por lo menos, falso. Como admite el propio Heyting, autores como Johansson simplemente no aceptan (x), por lo que la justificación para introducirlo está en que este axioma es una contribución a la definición de la implicación. Si, en términos constructivos, explicamos “ $p \rightarrow q$ ” aduciendo que la hipótesis p sólo puede darse en virtud de una construcción C que la haga efectiva, entonces q es demostrable (construible) a partir de p . Por ejemplo, como ya sabemos, podremos afirmar una implicación “ $p \rightarrow q$ ” si tenemos una construcción, C , que junto a la construcción p , nos permita demostrar q . Así, si se ha deducido una contradicción $\neg p$ del supuesto de haberse dado p , según Heyting, estamos autorizados a tomar tal cosa como un tipo de construcción que, junto con la demostración de p – que para este caso no la hay – nos podría llevar a demostrar q . En resumen, esto nos conmina a reconocer q como una consecuencia lógica de p .

Por esta vía, es conveniente enfrentar ciertas precisiones. Por ejemplo, sabemos que la fórmula $p \vee \neg p$ no es válida desde el punto de vista intuicionista. No obstante, su doble negación $\neg\neg(p \vee \neg p)$ sí tiene validez intuicionísticamente. Como muestran Hilbert y Ackermann (1975: p. 44), es posible llegar a esto, en primer lugar, admitiendo la validez universal de “ $p \rightarrow p \vee q$ ” y de “ $q \rightarrow p \vee q$ ”. De estas dos anteriores se seguiría la validez de “ $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p$ ” y de “ $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg q$ ”. Por tanto, dada la validez de las anteriores se sigue también la validez de $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p \wedge \neg q$. Por sustitución de q por $\neg p$ obtenemos $\neg(p \vee \neg p) \rightarrow \neg p \wedge \neg\neg p$. Ciertamente, el consecuente de esta fórmula, $\neg p \wedge \neg\neg p$, es contradictorio; por lo que $\neg\neg(p \vee \neg p)$ es válida. Si bien, este procedimiento no califica del todo como una prueba más o menos rigurosa, si es capaz

de mostrarnos un cierto aspecto del razonamiento constructivo, el cual, según parece, en la medida en que rechaza el principio de bivalencia para cada proposición o fórmula, debería admitir la idea de una inferencia reglamentada de manera más o menos flexible; después de todo, “[...] no puede demostrarse que sistema formal alguno represente adecuadamente una teoría intuicionista: siempre restará alguna ambigüedad en la interpretación de los signos [...]” (Heyting, 1976: p. 116). Esta idea puede ser reforzada por el hecho de que la definición de “ $p \rightarrow q$ ” mediante “ $\neg p \vee q$ ” que puede hacerse en lógica clásica, no puede hacerse en lógica intuicionista. La diferencia está en que las conectivas de CPC son veritativo-funcionales. En este sentido, los sistemas de CPC son funcionalmente completos, por cuanto su conjunto de conectivas es funcionalmente adecuado o, lo que es igual, dicho conjunto de conectivas es capaz de expresar todas las demás⁴². En otros términos, las conectivas en CPI no son interdefinibles.

Dado esto, si nos hacemos cargo de la distinción clásica que se hace entre sintaxis y semántica, afirmamos que una prueba es una noción meramente sintáctica en tanto se refiere al cálculo de signos. Por ende, las conclusiones se deducen por las aplicaciones correctas de un conjunto de reglas de inferencia, además de un conjunto de axiomas⁴³ que son establecidos desde el principio en un determinado sistema. Por el contrario, la perspectiva semántica fundamenta las inferencias en las nociones de interpretación y valor de verdad. Como ya sabemos, esta última perspectiva no es constructiva; lo cual nos dejaría un margen de aceptación para los casos de deducción sintáctica. Por ello, sin ir más lejos, el concepto de deducción tal como opera en Gentzen bien puede corresponder al concepto de construcción de una proposición a partir de otra(s). Otra manera de decirlo es que, la dicotomía sintaxis/semántica no tiene sentido para quien parta de la idea de que es necesario dar una semántica a la sintaxis del intuicionismo.

⁴² Así, se habla de conectivas ‘superfluas’ cuando los valores de verdad de las expresiones formadas por éstas pueden ser expresadas por alguna otra conectiva. Por ejemplo, para $\wedge$, $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$ tenemos las siguientes ‘igualdades por definición’ ($=_{\text{def.}}$):

i) $p \wedge q =_{\text{def.}} \neg (\neg p \vee \neg q)$

ii) $p \rightarrow q =_{\text{def.}} \neg p \vee q$

iii) $p \leftrightarrow q =_{\text{def.}} (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

⁴³ En caso de haberlos, pues la Deducción Natural (Gentzen, 1934) no es axiomática.

No avanzaremos en este aspecto, pues lo que interesa es la propuesta de Heyting para lógica proposicional desde la perspectiva de una interpretación heurística. En este marco, son asumidos los aportes de Brouwer, Heyting y Kolmogorov, o lo que se conoce como la interpretación BHK para lógica proposicional. En esta concepción, se defiende que una prueba de a es una construcción que establece a mediante procedimientos de cómputo –programa. Por ejemplo, una prueba de $7 + 5 = 12$ es la computabilidad que permite el establecimiento de 12 como la suma de 7 y 5. Puedo llegar a 12, en la medida en que en un determinado estadio llegué a 7, de lo que se infiere que también llegué a 5. Consiguientemente, si llegué a 7, es porque también llegué a 6, por ende, puedo construir 13; llegado a 13, bien puedo construir 25, puesto que pasé por 12, por lo que $13 + 12 = 25$, y así. Pero, según lo que se ha dicho, el realismo por el contrario afirma la realidad del infinito de los números naturales como una totalidad predeterminada esperando ser descubierta.

2.4 Verdades de verificación trascendente.

Por realismo, aquí entenderemos aquella posición que considera la verdad como una característica objetiva de una proposición⁴⁴, de manera que ha de existir una estructura objetiva del mundo que es independiente de nuestro conocimiento de la misma. Como hemos visto, ello trae aparejada la de la existencia de los números naturales y reales como totalidades completas de objetos. Pero, ¿Qué sucedería si la noción de verdad es realmente una noción epistémica, por lo cual la verdad de una proposición depende de nuestra capacidad para verificarla y demostrarla? Como asevera Read (1994: p. 222), la noción de prueba ocupa un papel central para los constructivistas. Por eso, no tiene sentido, al menos en este terreno, instalarse en la dicotomía semántica-sintaxis. Como las series numéricas no tienen una realidad que vaya más allá de lo que podemos probar de éstas, entonces es la prueba aquello que confiere significado a expresiones de este tipo. Como el razonamiento constructivo es acorde a parámetros inductivos, puede afirmarse que aquí una prueba bien podría consistir en ir comprobando caso por caso; como el

⁴⁴ “En ésta concepción el mundo está constituido por hechos, cuya existencia es independiente de que seamos conscientes de ellos o no [...] Así, al ligar la condición de verdad de una proposición a un objeto correspondiente – el hecho– estamos naturalmente obligados a aceptar la bivalencia – de que cada proposición es verdadera (si el hecho le corresponde) o falsa (si no hay tal objeto)”. (Read, 1994: pp. 10-11)

razonamiento constructivo es efectivo, el avance en el conocimiento en esta materia tendrá como consecuencia otros avances ulteriores. De ello, se desprende la insistencia en que el infinito es meramente potencial, por lo que consiste en la posibilidad indefinida de ir generando series adicionales conforme se avance.

Ahora, es el momento de ceder a dos reconocimientos. Primero, en este punto hemos de comenzar a hablar de constructivismo, más que de intuicionismo. Segundo, de aquí en adelante será tomada en serio la posibilidad de abarcar proposiciones empíricas para modelos extendidos que serán revisados más adelante. Esto es así, porque resulta evidente que podemos seleccionar ejemplos que nos permitan una concepción de la constructividad que vaya más allá de consideraciones matemáticas. Supongamos que es enunciada una sentencia declarativa, esto es, una sentencia que establece una determinada realidad; pero que, siendo relativizada a diferentes hablantes, instantes de tiempo y lugares, sea una sentencia de la que no podemos afirmar ni su verdad ni su falsedad.

La primera situación comporta sentencias del tipo “Mi ejército avanza hacia Rusia”, dicha por Napoleón en 1812. Pero la misma sentencia puede ser proferida por otro hablante en otra época y, por tanto, tener un significado muy distinto, como lo sería si fuese dicha en 1942 por Von Paulus. De esta forma, la dificultad inmediata que aquí se nos presenta es que no podemos determinar, como pretende hacerlo el correspondentismo, estructuras del lenguaje que sean exactamente unívocas con aquello que se presupone como realidad. Por esto mismo, es discutible referirse a la verdad como alguna forma de correspondencia entre creencia y hecho. Esta dificultad nos lleva por senderos más o menos abstrusos, puesto que cargan con la exigencia de dar el paso desde la noción de creencia a la noción de lenguaje, merced al hecho de que aquello que hoy se entiende como teorías de la correspondencia, hacen más bien alusión a la relación entre lenguaje y mundo⁴⁵. No obstante, lo único que aquí debe convocar nuestro interés por el momento es que las teorías correspondentistas se esfuercen en mostrar una congruencia –quizás más o menos exacta– entre las estructuras lingüísticas y la estructura del mundo, de tal manera que a cada proposición corresponda sólo un hecho. Por consiguiente, una proposición será cierta

⁴⁵ A pesar de que se suele señalar a Bertrand Russell como el autor contemporáneo quien reinició este tipo de teorías, en mi opinión, es realmente Wittgenstein quien merece un sitio paradigmático en este sentido. (véase García Suarez, 1997: p. 188)

cuando un hecho le corresponda, y falsa en el caso contrario. En este sentido, tales condiciones para el establecimiento de la verdad nos compromete con lo que suele llamarse ‘Ley de Bivalencia’, donde toda proposición es verdadera o falsa.

Los contraejemplos para esta doctrina pueden seguir reduplicándose, sin embargo, ya que estamos en un ámbito procedimental y constructivo que se va desarrollando a lo largo del tiempo, es provechoso poner atención a este tipo de fenómenos. Si nos referimos al problema de los futuros contingentes en Aristóteles (1988: p. 41ss), salta a la vista que sentencias como “Mañana habrá una batalla naval” o “Mañana no habrá una batalla naval” así, por separado, no tienen un valor de verdad. Que mañana pueda haber o no una batalla naval, es algo que escapa a nuestras capacidades de verificación. A esto puede objetarse, según la ley de tercero excluido, que el que haya o no una batalla naval mañana implica que uno de los disyuntos ya es verdad; además, una sentencia de este tipo no se refiere a extensiones numéricas infinitas de las cuales no podemos obtener pruebas inmediatas o mediatas, pues, en algún momento llegará el día de mañana. Por supuesto que esto puede concederse, pero el punto es que ‘siempre’ habrá enunciados de este tipo que refuten a las teorías de la correspondencia. Por lo tanto, la ley de bivalencia está condenada a fallar en situaciones de este tipo.

Lo que aquí es interesante destacar, es que el problema de los futuros contingentes nos introduce en un ámbito de la posibilidad en donde las nociones de verdad y falsedad también pueden ser claramente discutibles. Si nos instalamos en un devenir constructivo, tales valores veritativos pueden ir variando de acuerdo al contexto al cual deban responder. En una perspectiva teórico modelista, ya se han vislumbrado estructuras tales que nos permitan avanzar en este campo.

III. Constructivismo y Mundos Posibles.

Antes de entrar a familiarizarnos con las relaciones explícitas que han sido propuestas entre constructivismo y modalidades, es importante fijar ciertos tópicos que nos serán útiles en lo sucesivo. Según lo visto, sabemos que ciertas proposiciones son problemáticas en determinados contextos. Adoptando un punto de vista intensional, podemos hacer referencia a contextos situacionales dados en donde un enfoque extensional es insuficiente para expresar construcciones de ese tipo. Como se ha visto, el significado en términos de correspondencia establece una relación entre los símbolos de un lenguaje dado y ciertos entes que son independientes de ese lenguaje que los refiere. Así, las especificaciones predicativas de ese lenguaje corresponderán a ciertas clases de un dominio dado, sin importar en absoluto de qué dominio se trate, pueden ser números, personas, cosas, palabras de un léxico, etc. El caso es que se trata de significados objetivos de las sentencias declarativas. Esto se enmarca en una teoría referencial del significado por cuanto defiende que el significado de una expresión lingüística es la referencia. La lógica subyacente a esta teoría evidentemente es extensional, pues la extensión de un determinado predicado, digamos, “musas griegas” está constituida por el conjunto de objetos a los cuales se aplica dicho concepto, a saber, Clío, Urania, Calíope, etc. En el caso en que me encuentre con extensiones estrictamente individuales, es decir, concernientes a “el tutor de Alejandro Magno”, “El inventor del silogismo” o “Alumno de Platón” es claro que la extensión es el individuo llamado Aristóteles. En consecuencia, podemos afirmar que, en una expresión serán idénticos aquellos individuos que pueden ser intercambiados uno por el otro salvando su verdad. Es lo que se conoce como el principio de extensionalidad (o *salva veritate*). Pero resulta claro que una sentencia como “el ejército apostado en las costas de Normandía”⁴⁶ no tiene el mismo significado en el año 800 que en 1944. En realidad, estas dificultades revelan la mayor riqueza y complejidad del lenguaje natural por sobre los lenguajes formales. Esto explica también el

⁴⁶ Tal vez, con la especificación exacta de un lugar.

surgimiento y desarrollo de la lógica intensional que, a diferencia de los desarrollos extensionales, si consideran los contextos –espaciales, temporales, epistémicos, etc.– en los que una determinada sentencia tiene lugar. Así, en un cierto contexto situacional nos referimos a un ejército de vikingos en dicha playa, mientras que en otros nos referimos a las fuerzas aliadas de la segunda guerra mundial. Esto es suficientemente revelador como para dar a entender que el principio de extensionalidad simplemente no funciona en el marco de la lógica intensional⁴⁷, lo cual no es una desventaja si se considera que aquellas expresiones que cambian de referencia en contextos diversos nos obligan a incluir elementos de juicio que nos permiten enfrentar problemas filosóficos que, muy probablemente, en la esfera de la lógica extensional serían insolubles.

A su vez, si consideramos que una lógica extendida, como lo es la lógica modal, también puede verse enfrentada a problemas que nos obliguen a una extensión de la misma. En tal situación, sería menester identificar el punto específico en el cual éstas fallan. Por consiguiente, lo que se dirá de aquí en adelante se enfocará en detectar y enfrentar una dificultad que, para nuestros propósitos, resulta relevante. Se trata de dilucidar lo que se denomina ‘espacio ontológico modal’ desde una perspectiva crítica, poniendo de relieve las limitaciones que conciernen a dicho enfoque, lo cual, a fin de cuentas, bien nos puede autorizar a introducir elementos orientados a una concepción más amplia. La primera parte de este apartado revisará la tentativa de fundamentar la objetividad de este espacio a la luz de la distinción entre las nociones modales y epistemológicas. Como esta distinción compromete un enfoque de las modalidades en términos de un realismo, la consecuencia de ello es la postulación de propiedades que no sean meramente contingentes, sino que han de ser verdaderas en todos los mundos posibles, esto es, necesarias de los individuos o, lo que es igual, esenciales. No obstante, Saúl Kripke propone que el origen de una entidad debe concebirse como esencial a la misma; aunque esta tesis de la necesidad de la identidad enfrenta una paradoja que, si bien nefasta para los propósitos de

⁴⁷ Entendemos así que “La lógica intensional es probablemente la extensión más importante de la lógica estándar [...] La lógica intensional tiene más de una raíz. Una de ellas consiste en intentar resolver los problemas que surgen cuando uno trata de extender los métodos semánticos apropiados para la interpretación de los sistemas lógicos estándar a la interpretación de lenguajes ‘más ricos’ que los de la lógica proposicional y la de predicados.” (L.T.F. Gamut , 2009: p. 1)

Kripke, resulta provechosa para nosotros en la medida en que nos permite una amplitud hacia consideraciones temporales, lo cual será revisado a continuación de la necesidad de la identidad, presentando a continuación la formulación de Grigori Mints de un modelo Kripke para lógica modal intuicionista. Luego de esto, se revisará la propuesta de Nicholas Rescher para mundos posibles constructivos en términos conceptuales, identificando también en su enfoque lo que a nuestro juicio serían limitaciones para abordar los problemas cruciales que hemos mencionado. Esto nos debería permitir avanzar a la formulación explícita de una estructura constructivo-modal, habilitada para cobijar y enfrentar tales problemáticas.

3.1 El espacio ontológico modal y la distinción de nociones modales y epistémicas.

Consideremos las siguientes observaciones de Kripke:

A veces (la necesidad) se usa de una manera epistemológica y bien podría entonces querer decir simplemente *a priori*. Y, por supuesto, a veces se usa de un modo físico cuando la gente distingue entre necesidad física y necesidad lógica. Pero lo que me ocupa aquí es una noción que no es de la epistemología, sino de la metafísica, en un sentido (espero) no peyorativo. Preguntamos si algo pudo haber sido verdadero o pudo haber sido falso. Bueno, si algo es falso, obviamente no es necesariamente verdadero. Si es verdadero, ¿pudo haber sido de otra manera? ¿Es posible que, en este respecto, el mundo hubiera sido diferente de como es? Si la respuesta es “no”, entonces este hecho acerca del mundo es necesario. Si la respuesta es “sí”, entonces este hecho acerca del mundo es contingente. Esto, en y por sí mismo, no tiene nada que ver con el conocimiento de nadie acerca de nada. La afirmación de que todo lo *a priori* es necesario, o de que todo lo necesario es *a priori*, es ciertamente una tesis filosófica, y no una cuestión acerca de una obvia equivalencia definitoria. Ambos conceptos pueden ser vagos; ese puede ser otro problema. Pero de cualquier forma, tratan de dos dominios diferentes, de dos áreas diferentes: la epistemológica y la metafísica. (Kripke, 1995: pp. 39-40)

En efecto, en la modernidad, particularmente en Kant, tenía lugar una concepción de la necesidad como algo que no requería recurrir a la experiencia, es decir, *a priori*. Tal identificación es cuestionada por Kripke, quien se ocupa de desmitificar la correlación entre lo que es ontológico, en un sentido serio del término, de aquello que es epistemológico. La formulación general para este cuestionamiento podría resumirse afirmando que una de estas

nociones se refiere a cómo son las cosas en realidad, mientras que la otra tiene más bien que ver con nuestros conocimientos o creencias acerca del mundo, las cuales no necesariamente tienen que coincidir con la objetividad de los hechos.

Ahora, la base para disociar dichos ámbitos la encontramos en proposiciones que, siendo necesarias, poseen una justificación, no *a priori*, sino *a posteriori*, esto es, con recurso a la experiencia. Preguntándose si la relación de igualdad es una relación entre objetos o entre signos de objetos, Frege considera la proposición “El lucero de la mañana es el lucero de la tarde”. De aquí, una observación que podemos hacer es que, en primer lugar, debe resultar evidente que “El lucero de la mañana es el lucero de la mañana”, cuya formulación sería simplemente: $a = a$. Si bien esto puede parecer trivial, ya no es tan trivial decir que “El lucero de la mañana es el lucero de la tarde”, cuya forma es $a = b$. Para el caso de nuestro ejemplo, sabemos que $a = a$ señala un juicio de identidad que podemos entender en términos de principios, pero $a = b$ es una identidad que nos dice algo más, a saber, nos habla de un descubrimiento astronómico, en donde el lucero de la mañana (Héspero) y el lucero de la tarde (Fósforo) resultaron ser una y la misma cosa: el planeta Venus⁴⁸.

En lo que se refiere a Kripke, no habría mayor problema en esta identificación, pero se recalca que los enunciados de identidad si son verdaderos, entonces han de ser necesariamente verdaderos. Sea por hipótesis que:

$$\text{i) } a = b.$$

Por otro lado, cada cosa es necesariamente idéntica a sí misma:

$$\text{ii) } \Box (a = a).$$

⁴⁸ Esto se relaciona con la conocida distinción fregeana entre sentido y referencia. Por sentido, entenderemos el modo de darse un objeto en cuestión y por referencia el objeto mismo que es denotado. En esta línea, debemos tener en cuenta que un enunciado de identidad es verdadero cuando los nombres que en él aparecen tienen una misma referencia o, lo que es lo mismo, designan un mismo objeto. Para el caso de los enunciados como $a=b$, estos serían informativos en tanto tienen que ver con que los nombres pueden tener distinto sentido y presentar la misma referencia de diversos modos. Los trabajos de Frege están marcados por los problemas de identidad, y en lo que a Kripke se refiere, este autor pareciera no tener mayor problema con el hecho de que “El lucero matutino” sea idéntico al “Lucero vespertino”, es más, incluso llega a señalar que los enunciados de identidad si son verdaderos, entonces son necesarios.

La ley de indiscernibilidad de los idénticos nos dice que, si dos objetos son idénticos, entonces comparten las mismas propiedades.

$$\text{iii) } \forall x \forall y ((x = y) \rightarrow \forall P (Px \leftrightarrow Py)).$$

Considérese además, la propiedad de ser necesariamente idéntico a “*a*”:

$$\text{iv) } \lambda x \Box (x = a).$$

Así, si *a* es idéntico a *b*, éste debe tener las mismas propiedades que *a*, por lo que se concluye:

$$\text{v) } \Box (a = b).$$

Ahora, la determinación de esto último no tiene por qué depender de nuestra capacidad de acceder empíricamente a estas verdades, puesto que, de hecho, a pesar de lo que hayamos creído, necesariamente Héspero es Fósforo, además de que es algo que ha sido establecido *a posteriori*. Por ende, el ámbito modal de lo necesario y lo posible no es coextensivo con el ámbito epistémico de lo *a priori* y lo *a posteriori*. Esto nos arrojaría dos resultados inmediatos. Por una parte, que cada cosa o individuo sea necesariamente idéntico consigo mismo, tiene la consecuencia de que tal identidad es verdadera en todos los mundos posibles; por otra parte, si las modalidades no se reducen a la esfera subjetiva, han de tener una dimensión existencial objetiva, lo que resuena implícitamente en la noción de ‘espacio ontológico-modal’.

Ahora, teniendo en cuenta la distinción entre designadores rígidos y designadores accidentales, podemos avocarnos al hecho de que una identificación como (v) requiere ser defendida con ciertos reparos. Si, por ejemplo, los términos *a* y *b* que flanquean el signo de identidad van referidos a un nombre y a una descripción, respectivamente; lo que en realidad se nos presenta es una identificación contingente. De esta manera, sea la relación $a = b$ una expresión para ‘(Aristóteles) = (El tutor de Alejandro Magno)’, la cual es claramente contingente, puesto que el filósofo griego pudo no haber sido el tutor de Alejandro Magno, en cuyo caso habría mundos posibles donde Aristóteles es el tutor del rey Filipo, y donde el tutor de Alejandro Magno es Teofrasto y no Aristóteles. De manera análoga, podemos continuar diciendo que Aristóteles pudo no haber inventado el silogismo, pudo no haber escrito la *Metafísica*, etc. Lo que sucede, es que el nombre propio Aristóteles sería un designador rígido, esto es, un nombre que designa al mismo objeto en todos los mundos posibles; mientras que “el tutor de Alejandro Magno” y “el inventor del

silogismo” corresponderían a designadores accidentales por tratarse de descripciones que, siendo contingentes, no designan al mismo objeto en todos los mundos posibles en los que la expresión refiere. Baste esto para señalar que, si el individuo Aristóteles es necesariamente el mismo en todos los mundos posibles, debe haber algo en virtud de lo cual esto sea verdadero. En otras palabras, un designador rígido difiere de otros designadores en tanto debe verse comprometido con fijar su referencia a través de todos los mundos posibles, precisamente, mediante la determinación de propiedades esenciales. Como observa Nubiola, esta posición se extiende al uso significativo para especies del mundo natural (Nubiola, 1991: p. 312), como cuando decimos que es un hecho necesario *a posteriori* que “el agua es H₂O” o “el calor es energía cinética molecular promedio”. Para el caso específico de Aristóteles, habríamos de asumir propiedades necesarias de las que este individuo no puede prescindir y que son verdaderas del mismo en todos los mundos posibles en los que tiene lugar. Se trata así, de un claro compromiso esencialista que pretende enmarcarse en una dimensión realista, incluso en la medida en que las propias ciencias naturales debieran estar caracterizadas por el ejercicio de descubrir la naturaleza esencial de los objetos. En tal situación, la necesidad aparece como una manera objetiva acerca de cómo son las cosas, lejos de tratarse de un mero operador lógico. En esta veta, Kripke se adelanta en señalar que una cosa es la búsqueda de un criterio para identificar a un individuo a través de las diferentes situaciones posibles, es decir, el criterio de transidentificación, el cual es de carácter epistemológico; y otra cosa es la efectiva identidad de un individuo en las diferentes situaciones posibles, lo cual pertenece a un ámbito ontológico. Consiguientemente, la distinción entre propiedades esenciales y propiedades accidentales del mismo, debe ser tratada como un problema diferente, de tipo metafísico.

De esto último llama la atención un par de dificultades. La primera concierne al hecho de que si la búsqueda de un criterio para una identificación transmundana es un asunto epistémico y, por ende, diferente de la identificación ontológica efectiva de ese individuo través de los diferentes mundos posibles; ¿no cabría pensar que el recurso mismo al bagaje técnico de los mundos posibles no es ya la búsqueda de tal criterio? Si esto es así, entonces esta distinción entre lo epistémico y lo ontológico, por lo menos desde este punto de vista, no parece estar del todo clara. Lo segundo, es un reconocimiento manifiesto de que, si ontológico es dicho en un sentido no peyorativo, entonces se trata de una noción que debiéramos tomar muy en serio, al menos lo suficiente como para instalarla en el ámbito realista que aquí se pretende defender. Esto nos lleva a una pregunta: si el

ámbito ontológico modal se refiere a cómo realmente son las cosas, ¿qué tanta realidad podemos conceder a dicho ámbito?, ¿hasta qué punto podemos tomar seriamente la noción de mundos posibles?, valga decir, ¿qué tanta realidad podemos conferir a los mismos?

Pasemos a lo que más arriba señalábamos como un segundo resultado. Como es sabido, la posición de Kripke conviene al reconocimiento de que los estados de cosas posibles concebidos como ‘mundos’, son evidentemente constructos abstractos y no reales. Por ello, el desarrollo de una semántica formal no es otra cosa que una construcción teórica que, en un nivel de abstracción posterior a nuestra idea más inmediata o intuitiva de posibilidad, constituye un recurso heurístico que no tiene por qué ser tomado literalmente, acaso sólo como una imaginiería formal que funciona como ayuda de nuestras intuiciones acerca de hechos modales. En este sentido, el lenguaje de los mundos posibles es de una utilidad que bien puede ser dispensable, por lo que nada nos compromete a tomar una posición clara acerca de qué *status* ontológico deban poseer estos mundos. De hecho, Kripke no asume dicha posición, pues está consciente de que un marco semántico como éste sólo se orienta a proporcionar una explicación teórica de las condiciones en las que las fórmulas de los sistemas modales son verdaderas. Por esto, debería resultar curioso el esfuerzo sistemático de muchos autores que han desarrollado teorías que expliquen la ‘naturaleza’ de los mundos posibles; por lo que podría ser sensato reconocer que esta noción ha sido tomada demasiado en serio. Quizás, este requerimiento de objetualización de los mundos posibles se encuentre en la especificación sistemática de un espacio ontológico modal para explicar las condiciones de verdad de los enunciados modales, las cuales han de ser interpretadas a la luz de un espacio que, si bien figurativo, posee al mismo tiempo una cierta ‘objetividad’, por lo que está constituido por una totalidad –infinita– de mundos posibles. Si dicha totalidad es objetiva, entonces no depende de los conceptos o constructos teóricos que desarrollemos en términos subjetivos. Pero esto nos conduce a lo que se entiende como un ‘requerimiento epistemológico’, cuya exigencia es la de una explicación de cómo está constituido dicho espacio ontológico y que, al mismo tiempo, sea “capaz de dar cuenta acerca de cómo tenemos *conocimiento fundado* sobre cuestiones modales” (Alvarado, 2007: p. 121)⁴⁹. De esta manera, nuestras perspectivas vislumbran un cuestionamiento de tal objetividad, lo cual será

⁴⁹ La cursiva es mía.

tratado en su momento. Por ahora, para efectos de nuestros propósitos, resulta interesante concentrarse en lo que podríamos reconocer como un problema para el esencialismo que hemos mencionado. Permítasenos aclarar, no obstante, que dicho problema no califica como justificación de un cuestionamiento generalizado del espacio ontológico de los mundos posibles, puesto que se trata de una concepción particular de las esencias individuales a través de estos mundos. La importancia de mencionar la necesidad de origen kripkeana está en que pone de relieve, casi sin saberlo, una consideración que parece estar ausente de las percepciones modales que hasta aquí hemos señalado, y que nos entrega los elementos de juicio que necesitamos para enfrentar, si bien no todos, algunos problemas que vienen al caso: el tiempo.

3.2 Necesidad de origen y el barco de Teseo.

Si la propiedad o conjunto de propiedades que un individuo posee en el mundo actual resultan ser contingentes, entonces deberemos buscar una propiedad o un conjunto de propiedades que identifiquen a ese individuo a través de los diferentes mundos posibles. Frente a esta necesidad, Kripke postula lo que se conoce como necesidad de origen. Por ejemplo, dentro de ciertas situaciones contrafácticas en la historia de las moléculas de una mesa, *M*, cabría preguntarse si en dicha situación un cierto grado o cantidad de moléculas constituye exactamente la misma mesa. Esto deja abierto el cuestionamiento de si las moléculas de la mesa en cuestión varían o son reemplazadas por otras, ¿estaríamos hablando exactamente de la misma mesa? Se supone que buscamos criterios de identidad a través de los mundos posibles para ciertos particulares en términos de criterios para otros particulares más “básicos”, como las moléculas de la mesa *M*. En otras palabras, si los enunciados acerca de la mesa *M* se reducen a enunciados referidos a sus elementos constituyentes o moléculas, la pregunta que viene al caso es si *M* sería la misma mesa en una determinada situación contrafáctica donde poseyera una cierta cantidad de moléculas diferentes a las que de hecho posee. De manera similar, cabe preguntarse si un individuo sería el mismo si hubiera sido engendrado por otros padres. El razonamiento discurre así: valiéndonos del mencionado principio de la necesidad de la identidad, tenemos el designador rígido de un individuo *a* y la pieza material ‘*A*’ de la cual *a* está hecho. En el caso de *M* puede tratarse de una

pieza de madera. Ahora, simultáneamente tenemos otro individuo *b* hecho del material ‘*B*’. Para evitar confusiones, suponemos que no hay relación alguna entre ‘*A*’ y ‘*B*’. Por lo tanto, $a \neq b$. Por supuesto, como la identidad es algo necesario, si dos objetos no son idénticos en algún mundo posible, entonces deben ser diferentes en todos los mundos. En este caso tenemos dos perspectivas para la necesidad de origen: en primer término, decimos que el origen de un objeto es esencial al mismo y, por otro lado, también es esencial al objeto la materia o sustancia de la que está compuesto.

Primero, si cuestionamos la nobleza de la reina de Inglaterra al decir que es algo contingente que haya nacido de sangre real, lo que en realidad nos estamos preguntando dentro de estos términos, es si este individuo hubiera sido el mismo que de hecho es si sus progenitores hubieran sido otros. En efecto, no hay nada contradictorio en decir que la reina de Inglaterra bien pudo haber tenido otros padres, pero para Kripke esto es perfectamente discutible. Supongamos dos situaciones posibles. En primer lugar, que ésta y sólo esta persona que conocemos como la actual reina de Inglaterra hubiese tenido otros padres diferentes de los que actualmente tiene —el señor y la señora Truman, en el ejemplo de Kripke—. Ahora, supongamos que hay un mundo posible en donde la reina de Inglaterra como la conocemos no hubiese existido, pero en donde el señor y la señora Truman hubieran tenido una hija que tuviera todas las propiedades que tiene la actual reina de Inglaterra, incluyendo, por supuesto, el hecho de que llegase a ser reina. La cuestión es si podríamos decir que se trata de la mismísima reina Isabel o no. Según esto, el hecho de que esta persona sea reina ciertamente es algo contingente, pero es difícil defender que se trate exactamente de la misma persona si sus padres fueran otros. De manera análoga, podemos suponer un atril que estuviese hecho de madera, y para el cual sería ridículo afirmar que se trate del mismo atril si estuviese hecho de hielo —o quizás, de cualquier otro material. Nuestras intuiciones inmediatamente nos advierten que simplemente se trata de otro atril.

Hasta aquí, no hay mayores problemas. Incluso se puede reconocer que esta tesis ha estimulado desarrollos posteriores que pretenden avalarla. No es necesario detallar tales desarrollos aquí, a menos que sea de utilidad recurrir a uno que otro detalle de los mismos para efectos explicativos. Dicho esto, permítasenos considerar el siguiente contraejemplo del que se

ha ocupado Nathan Salmon en orden a reforzar esta defensa⁵⁰. Se trata de la objeción planteada como el problema del barco de Teseo para el caso de una modificación paulatina de partes de un objeto. Tenemos un objeto material, R , constituido por una serie de piezas materiales $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$. Este objeto fue construido de acuerdo a una configuración particular, es decir, un plan específico. Supongamos ahora que este objeto es un barco, más precisamente, es el barco en el cual viajó Teseo al laberinto de Creta para enfrentarse al Minotauro y al cual llamaremos R_1 . Mientras el barco va viajando, exactamente cada una de las piezas que lo constituyen $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ será paulatinamente reemplazada por otra pieza de otra serie $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$. Este procedimiento de reemplazo gradual de las piezas del barco va a continuar hasta que, finalmente, el barco de Teseo ya no esté compuesto por la serie original $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, sino por las piezas de la serie $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$. Lo que sucederá con las piezas de la serie $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ es que serán utilizadas para la construcción paralela de otro barco R_2 con exactamente las mismas especificaciones o plan del barco original. La pregunta que parece surgir a propósito de este experimento mental es, si resulta obvio que se trata de dos barcos diferentes, entonces ¿cuál de los dos barcos es el original? Por cierto, el experimento está diseñado para objetar un principio específico de Salmon en la constitución de un objeto, y al cual llama el principio de suficiencia, y establece que para que un objeto material exista, es suficiente que se constituya de cierto material y en orden a un determinado plan. Lo que aquí es un problema es que, a pesar de que tanto R_1 como R_2 están constituidos por el mismo plan y según el mismo material, no se trata del mismo barco. Si la necesidad de origen, como tesis esencialista, se trata de las condiciones materiales de constitución de un objeto, entonces, según esta objeción, uno podría decir que no hay tal esencia, por lo menos en lo que corresponde al origen material de cualquier cosa. Sucede con ello que, como se decía más arriba, si un objeto está hecho de un material, y otro objeto está hecho de otro material, entonces se trata de dos objetos no sólo diferentes, sino necesariamente diferentes, por lo tanto, no idénticos en todos los mundos posibles. Pero aquí se identifica algo así como una dificultad argumentativa, pues lo que Kripke intenta mostrar, no es que dos objetos son diferentes, sino que la composición material de los mismos le es esencial a cada uno y es por eso, en consecuencia, que son diferentes. No obstante, del hecho de que, por ejemplo, el objeto a sea diferente de b , no se sigue que a no pudo haberse compuesto de ningún otro trozo de materia

⁵⁰ Para esta explicación tomo como referencia a Alvarado (2005: pp. 3-32).

diferente de 'A'. A esto podemos agregar que, según el experimento mental del barco de Teseo, perfectamente tanto R_1 como R_2 , siendo diferentes, están compuestos de las mismas piezas materiales $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$. Pero eso sólo ha podido ser así en diferentes instantes de tiempo.

Las motivaciones para enfrentar esta objeción pueden ser varias, y pueden ir desde la reformulación y defensa del principio de suficiencia, hasta la concepción de la identidad de un objeto que persiste en diferentes instantes de tiempo. Lo que nos puede llamar la atención de este último aspecto, no es tanto la persistencia misma de la identidad de un objeto a través del tiempo, sino la propia incorporación de contextos temporales en el ámbito modal para explicar construcciones que son problemáticas cuando intervienen estos contextos. La idea es sostener que, si tales entidades no responden a determinaciones esenciales que, por lo tanto, las cosifiquen en términos de permanencia; bien se puede tratar de construcciones que vayan tomando forma en diferentes instantes de tiempo. Si esto es así, entonces los contextos modales debieran concebirse de acuerdo a esta dimensión. Como ya se dijo, no es que este ejemplo sea la piedra angular para cuestionar la existencia de un espacio ontológico modal, pero sí pone de relieve la falta de plausibilidad de este ámbito en lo que concierne al comportamiento que exhiben construcciones de este tipo. Notemos, ante todo, que la identificación transmudana de los entes en el espacio ontológico modal requiere la determinación de esencias. Sin embargo, las construcciones simultáneas planteadas en el ejemplo del barco de Teseo, en realidad, a pesar de ser contraejemplos a la necesidad de origen, siguen siendo posibilidades coherentes. Antes de adelantar mayores conclusiones en esta línea de razonamiento, es preciso señalar algunas especificaciones de las relaciones entre modalidad y temporalidad.

3.3 Algunas observaciones sobre Tiempo y Modalidad.

El problema anterior sitúa un punto de discusión central, en orden al cual quedan las opciones de reforzar las tesis de existencia de esencias individuales, o negar que existan propiedades cualitativas intrínsecas de algunos individuos, mediante las cuales éstos pueden ser identificados en diferentes mundos posibles. Esto último trae aparejado el planteamiento de que las

disquisiciones sobre identidad y diferencia pueden ser dirimidas en contextos que supongan elementos extrínsecos a estos objetos. Con ello, la objeción del barco de Teseo nos faculta para admitir flujos de tiempo en los análisis objetuales que hagamos de aquí en adelante. Se observa, en primera instancia, que la concepción del tiempo que se tiene en cuenta en estos planteamientos es la habitual, es decir, lineal. Dado esto, si las propiedades de un objeto, sobre todo en términos constructivos, son contingentes en un contexto temporal, entonces podemos predicar de ellos: i) propiedades que estos adquieran en un determinado instante y que antes no poseían; ii) propiedades que, una vez adquiridas, y en suma a otras propiedades, configuren propiedades nuevas; iii) propiedades causalmente potentes que permitan ciertas potencialidades futuras del objeto que las posee, etc. Esto último es de especial relevancia, puesto que si un objeto cualquiera llega adquirir ciertas propiedades causalmente potentes, las potencialidades que genere a partir del momento de esa adquisición, serán diferentes de las potencialidades que genere si las propiedades causalmente potentes que ‘hubiese’ adquirido fuesen cualitativamente diferentes. Otra forma de decir esto, es que de acuerdo a las potencialidades que pueda o no tener un objeto, ello ya es fundamento para justificar la concepción de una secuencia temporal lineal y a la vez ramificada. Evidentemente, si nuestra perspectiva tiene pretensiones constructivas, dicha ramificación no tiene por qué ser supuesta *ad infinitum*, sino que adquiere determinadas estructuras en un sentido finito, de acuerdo se avance en el flujo temporal.

Como era de esperar, hay ciertas propuestas que han sido desarrolladas a la luz de los términos clave: modalidad, temporalidad y construcción. En el primer caso, se tienen en cuenta enfoques entendidos como modelos intuicionistas Kripke. Esto es crucial para nuestros planteamientos posteriores, porque introduce la variante de un agente o sujeto creativo que ejecuta la construcción, además del hecho de considerar la idea de flujo temporal, no de manera independiente de los mundos posibles, sino en estrecha relación con los mismos. Otra perspectiva es la Teoría Constructiva de los mundos posibles de Rescher, quien introduce diferentes acepciones para el término ‘propiedad’, lo cual va en consonancia con lo que aquí hemos dicho al respecto. Nos ocuparemos de cada uno de estos aportes.

3.4 Un ejemplo de Modelo Intuicionista de Kripke.

Por modelo para CPC entendemos simplemente una asignación de valores de verdad ‘verdadero’ (1) y ‘falso’ (0) a las variables proposicionales, por lo que el modelo reflejará un determinado estado del mundo donde algunas sentencias atómicas son verdaderas y otras falsas. A diferencia de esto, la semántica para lógica intuicionista ofrece un enfoque más dinámico, quizás, admitiendo que nuestro conocimiento acerca de sentencias que damos por verdaderas puede mejorar en el decurso de un cierto desarrollo. En lo que sigue, se presentará un modelo de Kripke para lógica proposicional intuicionista. Por supuesto, existen varias modelizaciones para el establecimiento de la completitud en lógica intuicionista como los árboles de Beth, las semánticas de Gentzen y las álgebras de Heyting. El desarrollo de ese tipo que aquí importa es la semántica de Kripke para mundos posibles, el cual se presenta como un ejemplo de las relaciones entre lógica modal e intuicionista. Su definición y descripción nos servirá como plataforma para afirmaciones posteriores.

3.4.1 Observaciones preliminares.

Permítasenos comenzar ofreciendo lo que puede calificarse como una ‘motivación heurística’ para la presentación de este modelo (Van Dalen, 2004: p. 162). Tengamos en cuenta la idealización de un sujeto creativo, S , desde un punto de vista impersonal. Dicho sujeto será capaz de extender tanto su conocimiento como el universo de objetos de los que dispone en el transcurso del tiempo. En cada momento o instante de tiempo t él posee una reserva Σ_t de sentencias que, por algún significado, ha reconocido como verdaderas. También posee una reserva A_t de objetos que ha construido o creado. A partir de aquí, en cada momento t nuestro sujeto idealizado tendrá frente a él varias posibilidades de elección para llevar a cabo sus actividades futuras por lo que, incluso, si así lo desea, puede no seguir avanzando. Las etapas de las actividades de este individuo serán consideradas como ‘parcialmente ordenadas’ y no necesariamente linealmente ordenadas. Lo que aquí viene al caso es preguntarse la manera en que S interpretará las conectivas lógicas. Sin entrar en mayor conflicto con esto, se establecerá que la interpretación de una sentencia compuesta dependerá de la interpretación que se haga de

sus partes. Por ejemplo, diremos que S ha establecido φ y/o ψ en un estadio o momento t , si ha establecido φ en el momento t y/o ψ en el momento t . La implicación podría resultar un poco más complicada, sobre todo en la situación donde $\varphi \rightarrow \psi$ pueda ser conocida en t sin que φ o ψ sean conocidas. Debería ser claro que S conoce $\varphi \rightarrow \psi$ en la etapa t , al saber que si en alguna etapa futura (incluyendo t) φ ha sido establecido, entonces también ha sido establecido ψ .⁵¹ A continuación, haremos una definición del modelo semántico de Kripke para el intuicionismo al cual llamaremos simplemente K .

3.4.2 El modelo intuicionista Kripke de Grigori Mints.⁵²

En primer lugar, el enfoque de una modelización dinámica nos dirá que algunas sentencias cuyo valor de verdad ha permanecido previamente indeterminado en algún momento, puede ser establecido posteriormente como verdadero. Así, ‘verdadero’ aquí equivaldrá a una verdad firmemente establecida que es preservada con el avance del conocimiento. La valuación ‘falso’ corresponderá a “no verdadero todavía”. Al refutar una fórmula φ , esto es, estableciendo $\neg\varphi$ en una etapa t , será necesario que $V(\varphi, w) = 0$ para toda etapa futura t' .⁵³

En parte, el objetivo está en mostrar que la validez semántica es equivalente a derivabilidad en lógica proposicional intuicionista.

Lo que hasta aquí hemos considerado como instantes de tiempo t , serán entendidos ahora como mundos e identificados por la letra w . Estos mundos van asociados a etapas en el conocimiento y son asignaciones de valores veritativos para variables proposicionales. Se destaca en este enfoque una relación de accesibilidad R entre mundos: wRw' y se lee como “ w'

⁵¹ Como ya se ha dicho, sólo se considerará aquí la dimensión proposicional para las relaciones lógicas entre intuicionismo y modalidad; pero no es menos provechoso aclarar que, en lo que se refiere a la cuantificación universal se puede decir que ‘para todo x ’ ($\forall x$) será lo mismo que decir ‘para todos los elementos que han sido contruidos hasta aquí’. Por el lado existencial, S conoce que en la etapa t que $\exists x \varphi(x)$ si él ha construido un objeto, a , tal que en t ha establecido $\varphi(a)$.

⁵² Para esta explicación me basaré en el excelente texto: Mints (2002: pp. 47-50)

⁵³ Si bien, podemos sumar contraejemplos en este punto de acuerdo a la variabilidad de ciertos fenómenos físicos, debe tenerse en cuenta el valor heurístico del modelo que aquí consideramos.

es accesible desde w ” y es interpretada en el modelo como “ w' es más avanzada que w ”. Esta interpretación requiere que R sea reflexiva⁵⁴ y transitiva. Por lo tanto:

Si wRw y $wRw' \wedge w'Rw'' \rightarrow wRw''$ para todo w .

Esto nos conduce a la siguiente definición:

DEFINICIÓN 1. (Modelo proposicional intuicionista). Un modelo intuicionista proposicional se define como un triple ordenado (W, R, V) , donde W es un conjunto no vacío, R es una relación binaria reflexiva y transitiva en W , y V es una función que asigna un valor de verdad 0, 1 a cada variable proposicional p en cada $w \in W$:

$$V(p, w) \in \{0, 1\}$$

Asumimos aquí que V es monótona con respecto a R . Por lo tanto, lo que se afirme de cualquier variable proposicional en un mundo w , se afirmará de esa proposición en el siguiente mundo w' accesible a w :

$$V(p, w) = 1 \text{ y } wRw' \text{ implica } V(p, w') = 1$$

Como ya se dijo, los elementos w del conjunto W serán los mundos en W , R una relación de accesibilidad, y V una función de valuación. Entonces, un par (W, R) es llamado un ámbito (intuicionista Kripke).

A continuación, se presentará una definición introducida por Kripke para lógica intuicionista; y está conectada con sus tratamientos previos para lógica modal:

DEFINICIÓN 2: Un valor de verdad $V(\phi, w) \in \{0, 1\}$ para una fórmula proposicional arbitraria ϕ y un mundo $w \in W$ en un modelo (W, R, V) es definida por recursión sobre ϕ :

⁵⁴ Un problema que debería tenerse en cuenta para este tipo de modelizaciones, afecta a la reflexividad en lo que atañe a un flujo temporal cuyo movimiento comporta la “ausencia de paradas”, lo cual se expresa como irreflexividad. Pese a ser un problema considerable, no conviene a nuestros intereses detenernos en este problema. Nuestra excusa, es que las condiciones temporales a las que sometemos la noción de constructividad a la cual queremos llegar, son subsidiarias a la inteligibilidad de dicha noción constructiva a lo largo de una serie de etapas. De esta manera, la prioridad está en la construcción de posibilidades y no en los pormenores de la lógica temporal. (véase Van Benthem, 1983: p. 15)

p : $V(p, w)$ para una variable proposicional ya definida.

$$\perp : (\perp, w) := 0^{55}$$

$$\varphi \wedge \psi : V(\varphi \wedge \psi, w) := V(\varphi, w) \wedge V(\psi, w) = \min(V(\varphi, w), V(\psi, w))$$

$$\varphi \vee \psi : V(\varphi \vee \psi, w) := V(\varphi, w) \vee V(\psi, w) = \max(V(\varphi, w), V(\psi, w))$$

$$\varphi \rightarrow \psi : V(\varphi \rightarrow \psi, w) = 1 \text{ sii } V(\varphi, w') = 1 \text{ implica } V(\psi, w') = 1 \text{ para todo mundo } w' \in W \text{ tal que } wRw'.$$

En consecuencia obtenemos lo siguiente:

$$\neg \varphi : V(\neg \varphi, w) = 1 \text{ sii } V(\varphi, w') = 0 \text{ para todo } w' \in W \text{ tal que } wRw'.$$

En otras palabras, tanto la conjunción como la disyunción se comportan clásicamente (en un sentido booleano) en cada mundo. La fórmula $\neg \varphi$ va a ser verdadera en el mundo w sii φ será siempre falsa. La implicación $\varphi \rightarrow \psi$ es verdadera en w sii la verdad de φ implica la verdad de ψ en cada mundo accesible. En lo que se refiere a etapas de conocimiento, esto significa que $\neg \varphi$ nos está diciendo que ningún avance posible en nuestro conocimiento va a justificar φ . Ahora, $\varphi \rightarrow \psi$ nos dice que cuando sea que φ esté justificada, entonces ψ estará también justificada.

La fórmula φ es verdadera en el mundo w sii $V(\varphi, w) = 1$, y φ será válida en un modelo (W, R, V) sii es verdadera en cada mundo $w \in W$. Las últimas relaciones son denotadas por $M, w \models \varphi$ y $M \models \varphi$. Adviértase para esto último que $w \models \varphi$ quiere decir $V(\varphi, w) = 1$. Finalmente, φ es válida ($\models \varphi$) en todo modelo (proposicional intuicionista).

EJEMPLO 1. Sea el conjunto de mundos $W = \{w_0, w_1\}$, y que la relación R esté dada por w_0Rw_0 , w_0Rw_1 y por w_1Rw_1 . Por último, sea que V esté dada por $V(p, w_1) = 1$, y que V sea falsa para cualquier otra variable proposicional. La siguiente descripción gráfica facilitará nuestra comprensión para este punto:

⁵⁵ Asumimos que $:=$ denota igualdad por definición.



Observamos que w_1 está sobre w_0 y, al mismo tiempo, conectado con w_0 ; puesto que $w_0 R w_1$. Permítasenos ahora computar el valor $V(p \vee \neg p, w_0)$ según las definiciones que se han dado:

$$V(p \vee \neg p, w_0) = V(p, w_0) \vee V(\neg p, w_0) = 0 \vee V(\neg p, w_0).$$

$$V(\neg p, w_0) = 0 \text{ dado que } w_0 R w_1 \text{ y } V(p, w_1) = 1.$$

$$\text{Por lo tanto: } V(p \vee \neg p, w_0) = 0.$$

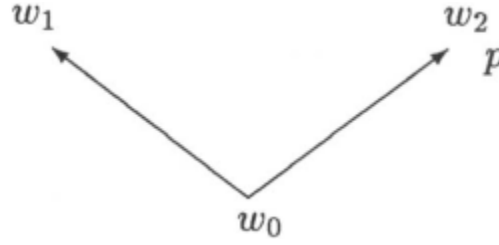
Así, la ley de tercio excluso ha sido refutada en nuestro modelo, ya que, según lo dicho, w_1 está más avanzado que w_0 y la verdad establecida en w_1 se preserva⁵⁶. Se puede proceder de manera similar para la doble negación. Consideremos el siguiente teorema para la ‘solidez’ de un *Sistema (de Lógica) Proposicional Intuicionista (SPI)*:

TEOREMA 1: Todas las reglas de SPI son sólidas: Si todas las premisas son verdaderas en un mundo w de un modelo de Kripke, entonces la conclusión es también verdadera en w .

Dotados con este teorema además de este contraejemplo, se mostrará que $p \vee \neg p$ y $\neg \neg p \rightarrow p$ no son derivables en SPI:

EJEMPLO 2: Considérese el siguiente gráfico:

⁵⁶ Esto puede acarrear ciertas dificultades, por lo que es natural pensar que este resultado nos lleve a asumir relaciones de accesibilidad simétricas en tanto lo que sucede en w_1 es retroactivo con respecto a w_0 , lo que parece contraintuitivo si tenemos en cuenta que operamos en el ámbito de una secuencia temporal lineal. En tal caso, no debería preocuparnos una noción de retrocausación si tenemos en cuenta la distinción entre los hechos que han sido firmemente establecidos en un estadio temporal, de aquellos que aún no se sabe si son verdaderos, los cuales se consideran provisionalmente falsos.



Leemos, $V(p, w_0) = V(p, w_1) = 0$; $V(p, w_2) = 1$ y, además, $w_0 R w_1$, $w_0 R w_2$. Esto refuta el principio débil de tercio excluido $\neg p \vee \neg \neg p$. Ciertamente $V(\neg p, w_1) = 1$, puesto que w_1 es el único mundo para w' tal que $w_1 R w'$ ⁵⁷. $V(\neg p, w_0) = 0$, ya que $w_0 R w_2$ y $V(p, w_2) = 1$. $V(\neg \neg p, w_0) = 0$, dado que $w_0 R w_1$ y la valuación $V(\neg p, w_1) = 1$. Por lo tanto:

$$V(\neg p \vee \neg \neg p, w_0) = 0 \vee 0 = 0$$

Ahora, permítasenos probar que la verdad es monotónica con respecto a R . Considérese entonces lo siguiente:

LEMA 1. (De monotonicidad): Sea (W, R, V) un modelo; entonces, para cualquier mundo $w, w' \in W$ y fórmula φ :

$$w R w' \text{ y } V(\varphi, w) = 1 \text{ implica } V(\varphi, w') = 1. \text{ (M1)}$$

Prueba. Inducción (sobre la construcción de) φ . Replanteamos (M1) de la siguiente manera:

$$R(w, w') \rightarrow (V(\varphi, w) \rightarrow V(\varphi, w')):$$

Base: Si φ es una variable proposicional; entonces (M1) está incluido en la definición de un modelo.

Paso de inducción: Asumimos aquí que $w R w'$ y consideramos los casos que dependen de la conectiva principal de φ .

⁵⁷ Esto puede parecer extraño y, por tanto, llevar a confusiones. La manera de entenderlo estaría en decir que ningún mundo w' es accesible a partir de w_1 . En ese caso, p será indeterminada o no verdadera todavía –esto es, falsa por el momento– en todos los mundos (*inexistentes*) que son accesibles, por lo cual, $\neg p = 1$ en w_1 . El caso de w_2 no comporta mayores problemas, porque p ya está valuada en ese mundo.

$$\varphi = \psi \& \theta.$$

Entonces: $V(\varphi, w) = V(\psi, w) \& V(\theta, w)$

También tendremos, por inducción, que:

$$V(\psi, w) = 1 \rightarrow V(\psi, w') = 1; V(\theta, w) = 1 \rightarrow V(\theta, w') = 1;$$

Por lo tanto: $V(\varphi, w) = 1 \rightarrow V(\psi, w') \& V(\theta, w') = V(\varphi, w') = 1$

Pues: $\varphi = \psi \rightarrow \theta$.

Asumimos así: $V(\varphi, w) = 1$.

Finalmente, al probar $V(\varphi, w') = 1$, asumimos que $w'R w''$ y que $V(\psi, w') = 1$. Puesto que R es transitiva (y hemos asumido que $wR w'$) tenemos $wR w''$. Entonces, por el EJEMPLO 2 tenemos que $V(\theta, w') = 1$, así $V(\varphi, w') = 1$ cuando se requiera. En cuanto a los otros casos, éstos serán similares.

Es importante advertir las distancias significativas que tiene un modelo intuicionista modal con un modelo semántico como el descrito en 1.3.1 que, valga decirlo, está diseñado con un propósito más estático y autosuficiente que dinámico, en el sentido de establecer un conjunto de mundos posibles de manera independiente a cualquier carácter subjetivo. Mientras que en la estructura modelo de 1.3.1 las relaciones de accesibilidad son reflexivas, simétricas y transitivas; en un modelo intuicionista Kripke quedan reducidas a relaciones reflexivas y transitivas, por lo que debemos atender a la condición de un tiempo lineal, el cual nos dice que la relación de accesibilidad wRw' establece que w' es más avanzada o se encuentra en un estadio posterior a w , por lo tanto, en términos ordinales tenemos que $w \leq w'$, y puesto que la simetría-- sugiere que $wRw' \& w'Rw$, notamos que en un flujo temporal lineal $w'Rw$ no corresponde si es que asumimos que no hay retrocausación desde el presente al pasado, y advertimos la obviedad de que mucho menos puede haber retrocausación desde el futuro al presente.⁵⁸

⁵⁸ Si es que no hay una teoría extravagante que pretenda defender tal cosa.

Ahora bien, un posible contraargumento al establecimiento de estas distancias está en que ambos modelos definen la validez lógica de las fórmulas que en ellos ocurren, por lo cual aún nos encontraríamos anclados en la extensión de una lógica proposicional clásica; pero eso no es del todo correcto y, desde luego, es algo que merece mayor explicación. Convenimos, según lo definido anteriormente, en que un modelo intuicionista Kripke opera como un sistema de valuación para fórmulas que expresan letras sentenciales. Los sistemas de valuación fueron usados principalmente como dispositivos técnicos para probar la independencia de los axiomas en las formalizaciones para lógica clásica y lógica modal. Desde este punto de vista, la lógica clásica, por ejemplo, puede considerarse como el sistema de valuación más extendido, cuya característica veritativo-funcional está definida por las tablas de verdad clásicas para los conectivos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$. Más allá de esto, debiera ser evidente que un sistema o conjunto de sistemas de valuación que han demostrado ser característicos para una lógica particular, $\mathcal{L}$, no necesitaría tener una relación obvia con el supuesto significado de las constantes lógicas de $\mathcal{L}$ o las supuestas interpretaciones de sus fórmulas. Tomemos el caso de las lógicas no-clásicas, sin ir más lejos, fijémonos en las investigaciones de los sistemas de valuación para lógica intuicionista, la cual se funda en el rechazo de los valores de verdad determinados objetivamente, lo cual, nos permite desarrollar sistemas de valuación que nos pueden proporcionar resultados contundentes e interesantes (Dummett, 2000: pp. 119-124). Sea así, un lenguaje sentencial $\mathbf{L}$ constituido por una serie finita de operadores sentenciales $\langle O_1, \dots, O_n \rangle$. Además, asumimos que en $\mathbf{L}$ contamos con una reserva de letras sentenciales $p_1, p_2, p_3, \dots$, que serán usadas en el lenguaje. Cada letra sentencial será una fórmula. Así, si $A_1, \dots, A_{d_i}$ ⁵⁹ son fórmulas de $\mathbf{L}$, entonces $O_i A_1, \dots, A_{d_i}$ es una fórmula. Supongamos ahora un conjunto de elementos $\mathbf{M}$ de un sistema de valuación, los cuales son algunos o todos subconjuntos de un espacio $\mathbf{S}$. En este contexto –espacio– una asignación φ proyectará cada letra sentencial sobre un subconjunto de $\mathbf{S}$, y la valuación $\mathbf{v}_\varphi$ proyectará cada fórmula sobre dicho subconjunto. En ese caso tenemos para la fórmula $\mathbf{A}$ que:

$\mathbf{A}$ es verdadera bajo φ en un punto $\mathbf{x} \in \mathbf{S}$ sii $\mathbf{x} \in \mathbf{v}_\varphi(\mathbf{A})$.

⁵⁹ Asumiendo que con d_i queremos significar un grado finito fijo.

Leemos: A es verdadera bajo una asignación φ –que proyecta o mapea las letras sentenciales de la fórmula– en un punto x del espacio S si y sólo si x también pertenece a la fórmula valuada A . Cada función f_i opera sobre los subconjuntos de S para producir un subconjunto de S ; de esta manera determina si una fórmula o conjunto de fórmulas con un operador sentencial $O_i \langle O_i A_1 \dots A_{d_i} \rangle$ es o no verdadera en cualquier punto dado $x \in S$, por referencia a los puntos en los cuales cada una de las fórmulas A_j es verdadera (para $1 \leq j \leq d_i$). Por ejemplo, si O_2 es una alternación ($\vee$) y f_2 es una unión de teoría de conjuntos $\cup$, tendremos que la fórmula $A \vee B$ es verdadera en x sii A es verdadera en x o bien B es verdadera en x . La noción fundamental para un sistema de valuación de este tipo es tal, que para un valor de verdad relativo a un punto del espacio S , dicho espacio puede ser usado para representar tiempos (lógica temporal), mundos posibles (lógica modal en nuestro caso), o cualquier otro contexto. Por lo tanto, tenemos lo que se denominaría un ‘sistema de valuación no estándar’ donde las interpretaciones de las fórmulas no serán absolutas, sino relativas al sistema⁶⁰.

3.5 Un Enfoque Constructivo de los Mundos Posibles: El caso Rescher.

Una de las motivaciones de Rescher para la presentación de su explicación constructivo-conceptual de los mundos posibles, está en que las posibilidades juegan un rol importante en aquello que pensamos sobre los hechos de la naturaleza y del propio hombre (cf. Rescher, 1975: p. 197)⁶¹. En muchos casos nos vemos enfrentados a deliberaciones acerca de alternativas en el campo de las decisiones, planificación de contingencias, hipótesis, suposiciones y experimentos mentales que dicen relación con la posibilidad. En este último sentido, por supuesto que cabe asimilar la idea de que las posibilidades dicen mucho acerca de nosotros mismos, por cuanto

⁶⁰ Es posible que la noción ‘sistema de valuación no estándar’ genere cierta confusión, por lo que corresponde el reconocimiento de que se ha asumido la distinción entre una concepción del lenguaje [en lógica] como medio universal (o universalidad del lenguaje) y el lenguaje como cálculo (o la concepción del lenguaje que se basa en la teoría d modelos). De esta manera, una concepción teórico-modelista en lógica calificaría, justamente, como ‘sistema de valuación no estándar’ en la medida en que se opone a una concepción universalista, como podría ser, por ejemplo, la de Frege. (véase: Hintikka, 1998: p. 216)

⁶¹ En el sentido de que las posibilidades ontológicas han de corresponderse con los procesos mentales.

conciernen no sólo a determinadas formas de pensamiento, sino también a lo referido a la esfera de las acciones.

Por lo que toca al punto de partida para la elaboración del dominio de lo posible que aquí tendrá lugar, Rescher advierte la formulación de propiedades modalmente diferenciadas. Resulta así que, en un individuo, pueden ser identificadas propiedades meramente posibles como aquellas de las cuáles se carece, pero que van dentro de la posibilidad de llegar a ser adquiridas. También puede considerarse a las propiedades disposicionales, o aquellas inherentes a la relación de realización condicional a partir de una propiedad absoluta. Así, estas propiedades poseen una forma factual que responde a la máxima: “puesto que este individuo tiene tales y tales propiedades, entonces debe tener también éstas y aquellas”. En resumen, ambos tipos de propiedades se enmarcan en las potencialidades que pueden caracterizar a los individuos actuales. Por esta razón, si queremos llegar a formular seriamente un enfoque constructivo de los mundos e individuos posibles, estas nociones no deben perderse de vista. Si consideramos, por ejemplo, a un individuo actual como una construcción que va tomando forma permanentemente a través del tiempo, resulta evidente que las propiedades que adquiriera constructivamente serán la base para la adquisición de otras. Por cierto, Rescher se molesta en diferenciar propiedades disposicionales como aquellas que se adquieren, de aquellas no-disposicionales por cuanto no son adquiridas. Si esto es así, entonces es probable que estas propiedades no adquiridas puedan pertenecer al ámbito de lo esencial, por lo que no nos comprometeremos con seguir al pie de la letra las definiciones y compromisos del autor con lo que se refiere a un esencialismo, sobre todo si queremos llegar a la sugerencia de un dominio constructivo-modal alternativo.

En primer lugar, conviene contemplar la multiplicidad de cosas posibles como constructos intelectuales. La base de estas construcciones está dada por una concepción teóricamente informada del mundo real, en los términos de un estudio empírico y científico del mundo natural. Este cuadro de lo actual depende de tres componentes primarios: 1) un inventario de los individuos actuales, 2) una descripción de lo actual posibilitada por las mencionadas propiedades absolutas y disposicionales y, 3) una descripción de las leyes de la naturaleza concebidas como disposiciones universalmente esenciales. No nos detendremos a explicar cada una de estas caracterizaciones. Sin embargo, es importante destacar el mecanismo del cual se sirve el autor

como la base para producir posibilidades alternativas. Se trata de un ejercicio de libre elaboración que, no teniendo restricciones, nos permita concebir las posibilidades como una producción intelectual a partir de variaciones combinatorias. Esto es interesante, pues enfatiza que el reino de lo posible es deudor de construcciones racionales derivadas, a su vez, de una cierta caracterización de lo actual. Después de todo, se construye sobre algo siempre. Por esta razón se habla de posibilidades consistentes con un determinado cuerpo de hechos estipulados que pueden ser fijados de acuerdo a diferentes tipos de estipulaciones que van desde la delimitación de la población de cosas que hay en el mundo, quizás por una ley o cuerpo de leyes de la ciencia natural; hasta las características meramente descriptivas de los hechos y las cosas. Concentrémonos en un par de casos particulares y de interés. Tomemos las posibilidades de transformación de la realidad y las posibilidades de trascendencia de la realidad. Estas son interesantes porque están vinculadas al ámbito nomológico, esto es, al ámbito de las leyes de la ciencia y su interpretación. En la categoría constructiva de las posibilidades de transformación de la realidad se asume como base la efectiva operatividad de las actuales leyes de la naturaleza, y lo que en realidad cambia con dicha transformación son los valores límite de tales leyes, es decir, el grado de aplicación que pueden tener en un evento o en un individuo, pero esto no significa que cambie la ley propiamente tal; por ende, se trata de alteraciones hipotéticas de los sujetos reales que quedan operativamente restringidos a estas leyes. Este caso se subdivide en dos nuevas categorías que son las potenciales transformaciones de la realidad y las transformaciones puramente hipotéticas de la realidad. En cambio, ¿qué se quiere decir con las posibilidades de ‘trascendencia’ de la realidad? En este caso se asume de nuevo que las leyes de la naturaleza continúan operando, pero la diferencia está en que ahora se pueden prever cambios en lo que se refiere a la cantidad de individuos, por lo que este tipo de construcciones no se restringe al tratamiento de cosas actualmente existentes, ya que ahora nos podemos situar en un auténtico nuevo mundo con un repertorio de cosas diferentes y adicionales que fueron posibilitadas por dicha construcción. Al mismo tiempo, esto abre un plexo de nuevas posibilidades que pueden ser distinguidas:

- (A) Las potencialidades aún no realizadas de lo real, inherentes a las actuales disposiciones de las cosas. Por supuesto, aunque el autor no reconoce explícitamente la deuda, se trata de una noción de potencia bastante arraigada a la de Aristóteles. Una

semilla es un árbol en potencia y, si continuamos, un árbol que de semillas en un páramo puede ser un bosque en potencia, etc.

(B) Posibilidades contrafácticas en sentido especulativo. Se trata de cambios hipotéticos en las propiedades de las cosas actuales, pero que no se relacionan con sus disposiciones operativas. Este texto, por ejemplo, podría estar escribiéndolo en compañía de alguien más, sin embargo, nadie más se encuentra aquí en este momento, a pesar de que podría haberlo.

(C) Posibilidades completamente ficcionales, las cuales parecen requerir más que meros reordenamientos de las características de lo actual, extendiéndose a objetos no-existentes. Por ejemplo, es posible que en esta habitación, en este momento, pueda haber un tigre parado frente a mi escritorio mirándome. No es necesario que se trate de un tigre específico de los que existen actualmente, pero el caso es que no hay tal, aunque podría haberlo.

No es necesario inventariar ni siquiera de forma más o menos exhaustiva todos los niveles o estratos de posibilidad que pueden darse en diferentes tipos de construcción. Lo que aquí vale la pena destacar es que la cuenta ofrecida por Rescher pretende ser, de alguna manera, una explicación ontológica de las posibilidades, si por ontología, según sus definiciones, entendemos el estudio de los conceptos que orbitan verbos como ‘ser’ o ‘existir’ (Rescher, 1975: p. 196) Las posibilidades que, por definición obvia, no son actuales, parecen ser constructos que pueden ser concebidos, motivados o establecidos hipotéticamente, etc. En ese caso, sí habría una manera de decir que existen, pero no de forma incondicional o gratuita, sino más bien relativa, como objetos de algún ‘procedimiento intelectual’, por lo que serían correlativos a los fenómenos mentales. Así, la base ontológica de lo posible está en su dependencia de lo mental, por lo que se trata de un *status* fundamentalmente conceptual. Es cierto que esto es, en el sentido de ampliar el alcance de nuestra comprensión de las posibilidades, un cierto avance, pero cabe observar también que Rescher no ofrece un resultado teórico unificado para su propuesta. Ciertamente es que hay una idea central operando en esta cuenta, y hay referencias importantes a la noción de construcción, pero esta está atravesada por un número de conceptos e ideas colaterales, lo que dificulta una determinación más o menos precisa de lo que podríamos denominar un ‘constructivismo modal’.

Lo que puede plantearse es un determinado constructo que, si bien no completamente riguroso en términos formales, nos permita avanzar a la inteligibilidad de los mundos posibles en términos constructivos, y que de esta manera nos permita definirlos y, por tanto, pensarlos constructivamente, esto es, abordar la dimensión de un constructivismo modal en permanente desarrollo. Es por eso que, lo que será desarrollado de aquí en adelante estará enfocado en vislumbrar un tipo de posibilidad constructiva que no sólo ofrezca una concepción, sino que también se adapte como dispositivo de tratamiento para los problemas que han sido mencionados en los capítulos anteriores.

3.6 Posibilidades del Sujeto Creativo: la metáfora del ajedrez.

Según una convención de sentido común más o menos difundida, en un juego de ajedrez, después de las cuatro primeras jugadas, las probabilidades de estrategias se pueden reduplicar a más de trescientos millones, por lo que bien podría haber más posibilidades de jugadas en un tablero que estrellas en la vía láctea. Dando a esta afirmación la importancia que merece, nada puede vetarnos de exigir mayores precisiones que disuelvan ciertas ambigüedades. Cuando se afirma que ‘hay’ más posibilidades que estrellas en la vía láctea, ¿se hace referencia a un número determinado o a una aproximación probable? Cuando se dice que hay tal cantidad de jugadas, ¿se quiere decir que estas jugadas ya se encuentran virtualmente contenidas de alguna manera en el tablero de ajedrez, como si en cierto sentido ya existieran? Por supuesto, se puede ir en defensa de esto último demandando que, de hecho, existe una serie de estrategias y movimientos que son de uso común en las partidas⁶², pero eso no significa que las estrategias agoten todas las posibilidades de movimiento, puesto que éstas son sólo maneras de llegar al mate por las vías más expeditas y que, en cierto sentido, nos confieran cierta economía en las jugadas. Si toda jugada está predeterminada, el sentido de jugar está en descubrir el conjunto de movimientos que permitan finalizar el juego lo antes posible. Pero el juego de ajedrez nos entrega un contexto bastante determinado. Ciertamente, se trata de un ámbito donde, o bien, las posibilidades están predeterminadas en el tablero, o bien, de acuerdo a las combinaciones de jugadas que vayamos empleando podría generarse una serie indefinida de éstas. Por supuesto, si el tablero es finito,

⁶² Los finales típicos son un buen ejemplo: Rey y dama contra rey, Rey y torre contra rey, Rey y dos alfiles contra rey, etc.

entonces esto último podría equivaler a la afirmación de un infinito actual, de una infinitud acabada en un sentido metafísico que, en la práctica de nuestro ejemplo es bastante improbable. Pero no hay incoherencia para nuestros propósitos en asentir que hay estructuras o entidades que, como el tablero del ajedrez, pueden ser o tener propiedades ilimitadas (cf. Havemann, 1967: p. 83). Por ello, la metáfora nos proporciona el caso específico donde se van desarrollando determinadas construcciones en una secuencia temporal para condiciones variables. Así, prescindiendo un poco de la metáfora y concentrándonos en esta variabilidad, podemos pensar en la posibilidad de ir generando nuevas construcciones que, a su vez, nos vayan dando nuevas posibilidades conforme se avance. Lo que aquí es relevante es que, mientras se juega, no hay una planificación de eventos futuros que se proyecten mucho más allá del contexto finito en el cual se juega. Si las posibilidades de combinaciones de jugadas son demasiado lejanas, es sumamente difícil concebir relaciones causales que nos proporcionen un cuadro de posibilidad donde ganemos el juego, incluso aunque se trate de un prodigio en la materia. Es cierto que esa capacidad se le puede conceder a un ordenador, cuya programación lo habilita para calcular riesgos y ventajas, generando cientos de variaciones posibles para, finalmente, obtener un resultado predeterminado de las posibilidades de ganancia en una serie de pasos. En ese caso, no podemos decir que estamos frente a posibilidades de construcciones creativas, sino a una automatización que calcula cursos de acción preestablecidos.⁶³ Valga esta aclaración, para comprometernos con la idea de un sujeto creativo que, si bien no agota las posibilidades de construcción, tampoco presupone la realidad de una infinitud que vaya más allá de lo que puede llevar a cabo constructivamente. Como señalara W. D. Hillis, haciendo eco del filósofo Gregory Bateson con respecto a los flujos de información en clave creativa, se trataría de “la diferencia que marca la diferencia” (Hillis, 2000: p. 6). Es decir, si en una especificación finita yo llevo a cabo una construcción C_1 , eso determinará un paso ulterior C_2 que puede ser previsible en términos inmediatos, pero no hay construcción que sea previsible en términos mediatos, i. e., si mi construcción actual es de un tipo B (C_B), entonces el paso siguiente en la elaboración de la misma puede arrojar como resultado características adicionales de tipo D, resultando C_{BD} . Pero si

⁶³ O, si se quiere, un ‘autómata de estado finito’ definido como “una máquina de estado finito en la cual el conjunto de símbolos de salida es $\{0, 1\}$ y donde el estado actual determina el último dato de salida. Aquellos estados para los cuales el último estado de salida es 1 se denominan *estados aceptados*”. (Johnsonbaugh, 1988: p. 378)

mi construcción actual no es B, sino de otro tipo, F, la determinación siguiente no tiene por qué ser de tipo D, acaso, tal vez, de tipo G (C_{FG}); por lo que la posibilidad misma del curso constructivo es variable, y depende de las condiciones y la forma de lo que se construya. En síntesis, no existen posibilidades infinitas predeterminadas, sólo la posibilidad de variación constante en el acto creativo de la construcción. De ahí que lo constructivamente relevante no obedezca a una infinitud preestablecida, sino que es constructivamente relevante en el sentido finito de su realización específica, y en relación al estadio anterior. Por ende, el acto constructivo *in situ*, será comprendido como una matriz generadora de posibilidades.

3.7. Mundos Posibles Constructivos.

Como bien sabía Hegel, la instalación de un punto de inicio trae aparejada la exteriorización del mismo; por lo que toda determinación debe explicarse por algo que le es ajena: el ser es la nada, cada punto está en otro, etc. (cf. Hegel, 2000: pp. 188-189). Se sigue de ahí, que toda proposición que afirme dicha dualidad expresa una unidad que se capta en el devenir, lo cual dicho intuitivamente afirmarí­a que un inicio remite a un fundamento del mismo que, a su vez, se sitúa como un nuevo punto de inicio que exigirá un nuevo fundamento, y así. Esto nos entrega una clave importante, a saber, que nuestra determinación inicial para fundamentar construcciones en el tiempo ha de ser arbitraria. Por ello remitimos, en el espíritu de las enseñanzas de Brouwer, a la intuición fundamental del fluir temporal donde todo acaece en la repetición sucesiva de sus momentos, percibido originariamente bajo la unidad disociada del ‘antes-después’. El primer antecedente que esto nos confiere, es que el permanente tránsito de una cosa a la otra no determina puntos originarios en sentido absoluto, por lo que siempre nos encontramos ya *in media res*. Así, nuestro punto de partida es dual, y conviene a la permanente posibilidad de realización de una construcción, cada una de las cuales posibilita la siguiente. De esta manera, el procedimiento constructivo es inductivo y efectivo. Un constructivismo modal puede ser inductivo en los siguientes términos:

Supongamos una sucesión de hechos discretos, cada uno de los cuales tiene una determinada propiedad, esto es, la propiedad de ser una posibilidad para el siguiente hecho, a la que denotaremos por P . Por el momento, asumiremos la noción de hecho como estado de cosas en el sentido que lo entiende Armstrong. Un estado de cosas, para este autor, está determinado por la instanciación de una propiedad F en un individuo x ⁶⁴. Ahora, en la medida en que estos estados de cosas pueden ser construcciones, diremos que una construcción C de φ es tal al ser posibilitada por el estadio anterior en que adquirió determinadas propiedades, por lo que posibilitará la del estadio siguiente. Así⁶⁵:

i) Hay una construcción C de φ que tiene la propiedad P .

ii) Si todas las construcciones que preceden a la $(n + 1)$ -ésima construcción tienen la propiedad P , entonces la $(n + 1)$ -ésima construcción también tiene la propiedad P .

Lo que se afirma en (i) es que la primera construcción que hemos considerado tiene la propiedad P . Considerando ahora una segunda construcción, C_2 , diremos que todas las que la preceden – C de φ – tienen la propiedad P . Por lo tanto, de acuerdo a (ii), C_2 tiene también la propiedad P . Teniendo en cuenta una tercera construcción C_3 , diremos que las que la preceden – ‘ C de φ ’ y C_2 – tienen la propiedad P y, según lo estipulado en (ii) C_3 también la posee. De esta manera, es posible mostrar que todas las construcciones tienen la propiedad de posibilitar otras. A primera vista, esto puede contradecir el requerimiento de no admitir posibilidades infinitas dadas, pero se trata simplemente de establecer este procedimiento en el curso de la finitud para las nociones de antecesor y sucesor. A ello sumamos una concepción del tiempo desde las perspectivas lineal y discreta, por lo que lo dividimos en estadios denumerables.

Por otra parte, y prosiguiendo según lo anterior, el intuicionismo no sólo es inductivo, también es efectivo. La pregunta es cómo entender esto desde una perspectiva modal. Lo cierto

⁶⁴ “Defino un estado de cosas como un particular teniendo una cierta propiedad, o dos o más particulares puestos en una relación” (Armstrong, 1978: p. 80)

⁶⁵ Definición para inducción matemática tomada de: Johnsonbaugh (1988: p. 92).

es que los aportes de Rescher ya nos entregaron una herramienta para acomodarnos al requerimiento de un efecto resultante de una determinada causa. Cuando este autor habla de posibilidades de trascendencia de la realidad, pone de relieve las potencialidades aún no realizadas de lo real, las cuales dependen de las actuales disposiciones de los individuos. En esta línea, supondremos que hay una construcción C de un objeto a que posee la propiedad disposicional F . De esta manera, que F sea disposicional significará que está caracterizada por la posibilidad de realización condicional de otra propiedad G . Aunque para Rescher dicha realización depende de una propiedad anterior que sea absoluta, no es necesario asumir esa condición. Lo importante es sopesar que podemos advertir, en una construcción dada, una propiedad investida con los poderes causales para producir otra propiedad en el curso de la construcción o, como veremos más adelante, inclusive otra construcción. Esto puede arrojar como resultado de una construcción, efectos inesperados que podrían no estar dentro de lo que pretendíamos construir, pero es una dificultad que podemos enfrentar. El caso, es que estamos habilitados para concebir constructivamente posibilidades que son efectivas.

Lo que haremos de aquí en adelante, será considerar una construcción supuesta que, en la medida en que sea concebida, cumpla con todas las prerrogativas de lo que proponemos.

Tengamos en cuenta la ya supuesta construcción ' C de ϕ '. Basándonos en el modelo exhibido en 3.3.2, diremos que esta construcción tiene lugar en un mundo (instante de tiempo) w_1 miembro del conjunto no vacío $\mathbf{W}$. ' C de ϕ ' en w_1 ya ha sido establecida como verdadera, por lo que es el caso que –ya sabemos que– $\Box(C \text{ de } \phi)$ y que ' C de ϕ ' en ese estadio supone la propiedad F de un individuo a , por lo que $\Box(C \text{ de } \phi, Fa)$ en w_1 . Esto, en términos intuicionistas, quiere decir que la temporalidad de sentencias modales aquí consideradas está relacionada con el hecho de que, aún careciendo de un determinado valor de verdad en un estadio⁶⁶, una vez que éstas han adquirido dicho valor, lo retienen. Por eso, además, no conviene establecer referencias temporales indexicales, entendidas en el sentido estricto del término 'ahora', el cual supone la variación de una referencia en cada momento de la enunciación.

⁶⁶ Aunque en el Modelo Intuicionista Kripke son presumiblemente falsas hasta que se pruebe lo contrario.

Lo anterior nos conduce al paso siguiente, el cual será considerar un mundo accesible w_2 tal que $w_1 R w_2$. A ello se suma la potencia causal de F para producir una propiedad adicional G , pero eso aún no es verdadero. Así que lo que tenemos es $\Diamond(C \text{ de } \psi, FGa)$ en w_2 , siendo $\Box(C \text{ de } \psi, FGa)$ falsa en w_1 . Por lo tanto, en un contexto W para los mundos w_1 y w_2 –y que abarca el conjunto de mundos que han ocurrido hasta w_2 –, estamos en condiciones de afirmar:

$$W \left\{ \begin{array}{l} (C \text{ de } \psi, FGa) \text{ es falsa si no ha sido construida en } w_1 \\ (C \text{ de } \psi, FGa) \text{ es verdadera si ha sido construida en } w_2 \end{array} \right.$$

Asimismo, para el caso en que se llegue a construir $(C \text{ de } \phi, FGa)$ en w_2 .

$$W \left\{ \begin{array}{l} (C \text{ de } \psi, FGa) \text{ es posible en } w_1 \\ (C \text{ de } \psi, FGa) \text{ es necesaria en } w_2 \end{array} \right.$$

Así, podría admitirse parafrasear que la necesidad de $(C \text{ de } \psi, FGa)$ era una posibilidad en w_1 , pero se ha vuelto necesaria en w_2 .⁶⁷ Pero esto no es todavía del todo claro.

Lo que si puede afirmarse según este caso vale para las relaciones transitivas. Recordemos que se dijo que si podemos construir $\phi \rightarrow \psi$, significa que ψ puede construirse a partir de ϕ . Así, la construcción C que demuestre ϕ , nos llevará a una construcción que demuestre ψ . La construcción C de ϕ constituirá una construcción de ψ . Transitivamente, añadiremos que, si de ψ podemos obtener una construcción I , entonces diremos que a partir de $\phi \rightarrow \psi$ y de $\psi \rightarrow I$, podemos construir $\phi \rightarrow I$. La analogía que aquí se rescata es que la construcción $\phi \rightarrow (\psi \rightarrow$

⁶⁷ Esto es $\Diamond\Box(C \text{ de } \phi, FGa)$ en w_1 , por lo que quizás pueda afirmarse que si $(C \text{ de } \phi, FGa)$ ya no es posiblemente necesaria, sino que, en w_2 su posibilidad se ha vuelto algo necesario, entonces $(C \text{ de } \phi, FGa)$ tendría que ser necesariamente necesaria: $\Box\Box(C \text{ de } \phi, FGa)$ en w_2 .

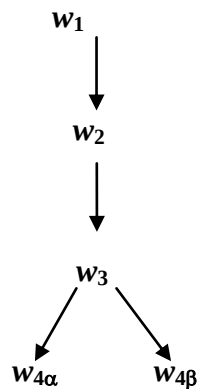
Γ) es análoga o igual a la constructibilidad de $\phi \wedge \psi \rightarrow \Gamma$. No obstante, hay ciertos aspectos que en la esfera modal suponen comportamientos problemáticos.

Consideremos lo siguiente: la construcción (C de ϕ , Fa) en w_1 , posibilita la construcción de (C de ψ , FGa) en w_2 , la cual, por el momento, es asumida como no-actual si w_2 todavía no tiene lugar. Al mismo tiempo suponemos, sin saber con certeza, que (C de ψ , FGa) tiene determinadas propiedades que pueden dar lugar a una propiedad adicional que queda fuera de lo previsible o que, incluso, estaba fuera de los propósitos de nuestra construcción. Entonces, si ϕ en w_1 produce ψ en un estadio futuro w_2 , es probable que ψ produzca Γ en un mundo w_3 . El problema es que no sabemos bien qué es Γ o qué consecuencias puede tener. Ahora, se supone que en lo que concierne a un ‘descubrimiento’ que permita otro tipo de potencialidades, esto no tendría por qué ser problemático, pero se vuelve tal cuando genera ámbitos de posibilidades aleatorias que nos pueden llevar a cualquier parte. Esto concierne a la distinción entre consecuencias inmediatas y consecuencias remotas. En el lenguaje modal, podríamos admitirlas como consecuencias directamente accesibles al mundo presente y como consecuencias transitivamente accesibles a este mundo, respectivamente. Si ciertas consecuencias inmediatas son permisibles en nuestras construcciones, entonces debiéramos estar preparados para aceptar cualquier tipo de consecuencia remota.

A esto se puede responder, que el efecto inmediato de una construcción puede ser concebido como una consecuencia de primer orden, mientras que un efecto remoto sería una consecuencia de segundo orden. Es cierto al mismo tiempo que, el curso constructivo de una realización posible, al estar programada de alguna manera con ciertos propósitos que conciernen al sujeto creativo⁶⁸, está sujeta a restricciones arbitrarias, pero eso es compatible con la noción misma de sujeto creativo. Por otra parte, si en el mundo temporal actual nos encontramos con una construcción cuyo efecto, por transitividad, en el futuro signifique más de una posibilidad, entonces nos veríamos enfrentados a una disyunción que, como sabemos, es refutable en un modelo intuicionista Kripke. Mucho menos podemos decidir apriorísticamente si los efectos

⁶⁸ Lo que no es igual a la programación de un autómata de estado finito que agota las posibilidades en estados aceptados o definitivamente agotados.

remotos de una construcción son tales o cuales, por mucho que se especule. Visto así, esto nos confiere nuevos elementos de juicio para tematizar más cabalmente la modalidad constructiva que intentamos concebir. Por ejemplo, en w_1 (C de ϕ , Fa) ha sido construido, lo cual posibilita la construcción en w_2 de (C de ψ , FGa), y no sabemos el efecto que esta última tendrá en construcciones posteriores que pueden tener lugar a partir de w_3 . Pero suponiendo que, una vez que w_3 acaece, entonces sería bastante probable pensar que nos encontremos frente a una ramificación de posibilidades para una construcción que arroje como resultado más de una consecuencia, de acuerdo a las propiedades que ésta alcance en ese estadio. Esto se podría graficar de la siguiente manera.



Interpretemos el gráfico anterior a la luz de un ejemplo concreto. Suponemos así que en w_1 se está desarrollando un método para dividir el átomo con fines de investigación productiva, el cual consiste en la desintegración del núcleo de un átomo de plutonio. Eso genera la posibilidad de desarrollar un generador atómico en w_2 , es decir, un aparato que acelera la velocidad de los protones que salen disparados hacia el núcleo del átomo, produciendo una reacción en cadena que emite una cantidad considerable de calor. Así, en w_3 podemos desarrollar un aparato más sofisticado, como un cilocitrón, que me permite los mismos y mejores resultados, pero con dos posibilidades distintas: en $w_{4\alpha}$ la generación de energía sustentable y en $w_{4\beta}$ una ojiva nuclear. También es claro que se puede aducir que ambas posibilidades pueden convivir en un mismo mundo, pero de lo que se trata es de establecer arbitrariamente ciertas posibilidades de elección que nos lleven a un resultado que se condice con nuestra propuesta de construcción inicial, para

la cual, no toda consecuencia de segundo orden será compatible⁶⁹, incluso tratándose de posibilidades inmediatas ‘alcanzables’. Además, eso no significa que una arborización de posibilidades deba ir más allá de la finitud de su construcción, por lo que las ramificaciones adicionales son meramente supuestas.

Por otra parte, debe notarse que no se ha hecho mención, al menos desde el modelo intuicionista Kripke, de las relaciones de accesibilidad simétricas. Esto es porque en una serie temporal de eventos no podemos asumir la condición simétrica que se establece entre un suceso posterior y uno anterior, pues, de ser así, resulta obvio que suscribiríamos a efectos por retrocausación, lo cual físicamente inadmisibles en nuestra concepción. Con ello puede resultar provechosa una distinción entre causalidades inversas para eventos físicos, y causalidades inversas que afectan sentencias. La primera es rechazada por las razones expuestas, pero la segunda merece una observación un poco más directa. Sabemos que $(C \text{ de } \phi, Fa)$ ha sido firmemente establecida en w_1 , por lo que desde la perspectiva de ese estadio temporal, $(C \text{ de } \phi, FGa)$ es una posibilidad en w_2 cuando este último todavía no ocurre, pero una vez que hemos llegado a w_2 y $(C \text{ de } \psi, FGa)$ ha sido establecida en ese estadio, entonces ya no es sólo posible, sino que es necesaria. En ese caso, en un sentido retro causal para sentencias modales, podremos decir que, una vez que $(C \text{ de } \psi, FGa)$ ha sido firmemente establecida en w_2 , es dable afirmar en ese mundo que la necesidad de $(C \text{ de } \psi, FGa)$ es posible en w_1 , pero no así en w_2 mismo. En resumen, $(C \text{ de } \psi, FGa)$ es posible en w_1 , pero necesaria en w_2 , y desde la perspectiva de w_2 $(C \text{ de } \psi, FGa)$ es posiblemente necesaria en w_1 . No es necesario hacer mayores precisiones para esta situación, lo único de valor es entender la falta de una relación simétrica para el caso de una retrocausación física y, de haber algún tipo de efecto retrocausal, este únicamente ha de tener un valor sentencial. Lo que en realidad se afirma con esto es que una retrocausación sentencial apunta a que no se puede cambiar el hecho ya acaecido en un estadio anterior, pero podemos cambiar lo que pensábamos acerca de éste.

⁶⁹ No es menos cierto tampoco que el ejemplo adolece de la dificultad de tomar el término ‘construcción’ en un sentido físico, pero califica para los efectos de lo que se quiere explicar.

3.8 Aplicaciones a problemas:

3.8.1. Combinatorialismo y entidades aritméticas.

El mundo del espacio tiempo es todo lo que hay⁷⁰, y lo metafísicamente posible viene dado por las diferentes combinaciones que pueden llevarse a cabo de un conglomerado de entidades básicas, constituyentes del mundo actual. Frente a la pregunta de cómo postular entidades que se encontrarían fuera del espacio-tiempo, la postura obvia está en reconocer el *status* modal de dichas entidades, asimismo como las aserciones que de ellas se hacen. En el campo de la aritmética podemos referirnos a ciertas afirmaciones de los números naturales en términos de la necesidad de sus propiedades, como en el resultado de una determinada operación; pero el repertorio de las entidades numéricas se extiende al ámbito de los números reales y los números racionales. Aquí nos encontramos con problemas de peso para la teoría combinatoria de la posibilidad, pues, por mucho que pueda ser llevada a cabo una expansión –combinatoria– de ciertos mundos, estos no poseerán una extensión suficiente para contener la reduplicación numérica de las cardinalidades transfinitas. Como pudo observarse en su momento, la compleja explicación del autor para dar cuenta de los números, en realidad, termina por alejarse de lo que él considera sus principios combinatorios. Es cierto que se cumple la advertencia de que dicha explicación no ha de ser incompatible con dichos principios, pero de eso no tendría que seguirse que sea absolutamente compatible y, de hecho, no lo es. El establecimiento de relaciones de proporción entre una cantidad entendida unitariamente, con otra entendida de forma múltiple es, por así decir, como querer explicar una abstracción a partir de otra, lo cual valdría para una teoría que no tiene las pretensiones naturalistas del combinatorialismo de Armstrong. Si lo que se quiere es ofrecer una explicación realista de los números, incluso racionales, entonces no es menos realista orientarse por dar una cuenta constructiva de los mismos, donde, por lo demás, la noción de tiempo es seriamente establecida de manera metodológica y fundamental, más allá de

⁷⁰ Lo tajante de esta afirmación depende de cómo Armstrong concibe un naturalismo: “El término ‘Naturalismo’ es usualmente usado de manera más bien vaga, pero yo voy a entenderlo como la doctrina que afirma que no existe absolutamente nada excepto el mundo singular del espacio y el tiempo”. (Armstrong, 1989: p. 3)

tratarse de un vocablo que justifique enunciativamente un interés realista. Esto abre un cuestionamiento importante, pues, si todo lo que existe es el mundo del espacio-tiempo, podríamos adherir a una explicación espacial para la geometría, pero nada dice Armstrong respecto de los números. Lo que aquí podemos decir acerca de esto se contiene en tres puntos:

- i) Una explicación realista para la existencia de entidades aritméticas puede ser dada desde el constructivismo.
- ii) Dicha Explicación puede ser perfectamente consistente con la noción de mundos posibles.
- iii) Ciertos aspectos de esta explicación pueden también ser compatibles con la noción combinatoria de ‘expansión del mundo’.

De acuerdo a lo que se ha dicho anteriormente, nuestra primera observación es que una vez obtenida una prueba aritmética, ésta ha de retener su valor, por lo que no se desea que la misma sea subsecuentemente perdida. Así, enunciaremos los siguientes principios:

$$1) \forall w (\vdash_w \varphi) \rightarrow \varphi$$

$$2) \forall w \forall w' (w \leq w' \wedge (\vdash_w \varphi) \rightarrow (\vdash_{w'} \varphi)$$

‘ $\vdash_w \varphi$ ’ significa que en el mundo w ha sido probado φ . Por tanto, leemos en (1) que una vez probada φ en w , entonces su verdad ha sido establecida en w . En (2) observamos un estadio temporal w y el estadio siguiente w' , para lo cual la prueba de φ en w ha sido firmemente establecida, por lo que es una prueba en w' . Supongamos para nuestros propósitos que todos los hechos que existen en el mundo actual, denotado por w_0 , se agotan en esos tres estados de cosas establecidos y descubiertos empíricamente.

$$3) w_0 = \{Fa \ \& \ Gb \ \& \ Hc\}$$

Asumimos, además, que estos hechos son numerables, y cuya cantidad es 3. Combinatoriamente, podemos obtener un mundo posible w_1 que suponga una cantidad mayor 4:

$$4) w_1 = \{Fb \ \& \ Ga \ \& \ Ha \ \& \ Gc\}$$

Una vez hecha esta combinación posible, bien podemos pensar en un estadio subsiguiente, w_2 , cuya recombinación, al menos para un hecho, nos arroje como resultado:

$$5) w_2 = \{Fb \ \& \ Ga \ \& \ Ha \ \& \ Gc \ \& \ Hb\}$$

Ahora, si consideramos la posibilidad de que se produzcan indefinidamente estados de cosas en el mundo actual, este ejercicio nos permite pensar que podemos construir posibilidades que contengan cada vez más individuos posibles de los que de hecho hay. Así, cada vez que avanzamos en una construcción, obtenemos una cardinalidad cada vez mayor. En términos de accesibilidad, podemos llegar a concluir que, en algún momento llegaremos a un mundo posible que contenga infinitos individuos; pero lo que en realidad sucede, es que conforme avancemos en nuestras construcciones, simplemente avizoramos la posibilidad siguiente con una mayor cardinalidad, lo cual genera la impresión de una infinitud siempre mayor que la cantidad de hechos actuales, incluso cuando éstos se produzcan indefinidamente. Junto con ello, si creemos que los estados de cosas del mundo actual son infinitos, es natural suponer que haya infinitos más grandes que esta infinitud. Asimismo, lo que falla en la explicación de Armstrong para las entidades numéricas, es que no tiene en cuenta un contexto temporal, por lo que se ve obligado a una consideración metafísica que sustancializa a los números, otorgándoles un *status* de objetos posibles que se desenvuelven en el espacio ontológico modal.

Pero, ¿qué decir de los números reales? En coherencia con lo que se ha dicho de la reduplicación combinatoria de los individuos actuales, tendremos que se pensará siempre que cada expansión de un mundo posibilitado por una construcción, llevará a una expansión posterior de manera indefinida, por lo que la abstracción cualitativa de dichas expansiones posibles genera un universo de entidades de las que no podemos imaginar cualidades, pero que pueden ser teóricamente cuantificadas. Consiguientemente, podemos tener presente que cada número real, al ser el límite de una serie de aproximaciones, extiende su expansión decimal por más y más términos. Cada aproximación genera un número cada vez mayor. Si, por ejemplo, se pretende

generar tantos mundos posibles que sean suficientes con tal de alcanzar un grado de posibilidad infinita, cada uno de estos mundos, en escala de cardinalidad ascendente, contendrá numéricamente al anterior, por lo que el incremento supondrá una secuencia de mundos posibles cada vez más ensanchados, pero que no lograrán alcanzar la infinitud deseada, por lo que el incremento se mantendrá de manera indefinida en tanto se avance. Así, la numerabilidad en suma de todos estos mundos posibles, podrá ser expresada como números reales, puesto que constituyen la permanente posibilidad de incremento constructivo y cuya ‘pretensión’ es la de alcanzar un infinito como límite, pero, como es natural pensar, dichos límites nunca son realmente alcanzados.

La autorización para acceder a una comprensión de la totalidad de individuos en todos los mundos posibles, está dada por el propio modelo. Si en un ámbito intuicionista de Kripke, tenemos que $\mathbf{W}$ es el conjunto de todos los mundos-estadios posibles construidos hasta un cierto punto, y a $\mathbf{R}$ como una relación de accesibilidad transitiva, entendemos que en la secuencia lineal de mundos accesibles los dominios de cada mundo variarán. Claro es también que, desde este punto de vista, también estamos autorizados a suponer el procedimiento inverso, donde cada mundo posterior esté más contraído, llegando a generar un mundo con un único individuo y, quizás, ninguno⁷¹. Pero si la serie constructiva es evolutiva temporalmente, distamos de suponer un orden decreciente para nuestros propósitos, asumiendo más bien un incremento. Ahora, dado $\mathbf{W}$, tenemos un conjunto de mundos $\mathbf{w}$ tales que $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$, con un domino variable para cada uno, por lo que asumimos la designación $\mathbf{U}$ para el conjunto universo de todos los miembros que

⁷¹ Supongamos un mundo $\mathbf{w}_1$ que contiene al objeto x_1 . Pero, relativamente a $\mathbf{w}_1$ hay un mundo $\mathbf{w}_2$ que contiene todos los objetos que se encuentran en $\mathbf{w}_1$, excepto x_1 . Por ende, $\mathbf{w}_2$ no contiene nada que no exista ya en $\mathbf{w}_1$, puesto que ninguna existencia particular va a implicar por necesidad la existencia de otra. Por consiguiente, podemos continuar haciendo la reducción hasta alcanzar un mundo denominado $\mathbf{w}_{\min}$. $\mathbf{w}_{\min}$ que contiene un objeto o grupo de objetos tales que, si uno de ellos no existiese, entonces ninguno existiría. Esto nos permite dar el paso a un mundo $\mathbf{w}_{\text{nil}}$. $\mathbf{w}_{\text{nil}}$ donde no hay objetos concretos. Por lo tanto, bien podría no haber habido nada. Es, en todo caso, lo que se conoce como ‘nihilismo ontológico’. (cf. Coggins, 2008: p. 231)

pertenecen a $\mathbf{W}$ en tanto pertenecen a cada $w \in \mathbf{W}$; y como nuestro enfoque es más bien dinámico, $\mathbf{W}$ no será igual en el curso de las construcciones ascendentes.

Así, podremos decir que, cuando hemos establecido una sentencia en un mundo w , tenemos la posibilidad de probar todas las consecuencias que alcanzamos a percibir en un primer orden, es decir, las más inmediatas que podrían darse en un mundo accesible w' . Por transitividad, podemos alcanzar a percibir las consecuencias que tengan lugar en w'' , lo que nos concede dar un sentido a la expresión $\psi_1, \dots, \psi_n \vdash_w \phi$, cuyo significado sería: en un mundo w hemos efectuado una construcción que constituye una prueba de ϕ a partir de $\psi_1, \dots, \psi_n$ como hipótesis. El conjunto de todos los individuos que han sido contruidos desde w hasta w'' es un universo que tiene la permanente posibilidad de reduplicación, lo cual no es igual a decir que esté ya constituido como infinitud en acto. Si quisiéramos pensar en infinitos mundos posibles, tendríamos que pensar también en la infinitud de individuos que contienen estos mundos y que, por lo demás, constituyen una infinitud mayor. De ahí, pueden deducirse cardinalidades infinitas.

3.8.2. Combinatorialismo y propiedades e individuos extranjeros.

En el combinatorialismo de Armstrong se ofrece una cuenta realista para los universales – propiedades y relaciones– por cuanto se sostiene que estos son aristotélicos. Un universal es aristotélico sólo si está instanciado en el mundo actual, y puede ser identificado mediante un ejercicio científico de campo, por lo que se determina con recurso a la experiencia, es necesario *a posteriori*. De esta manera se dice que los universales son escasos, por lo que no podría haber más propiedades e individuos que aquellas que existen actualmente. Pero esta tajante postura tiene que habérselas con una objeción bastante razonable, la cual plantea la posibilidad de una propiedad que no esté instanciada por ningún individuo en ningún mundo, ni pueda ser obtenida como una conjunción de propiedades de ningún mundo, pero que, sin embargo, es una posibilidad. Se trataría de propiedades extranjeras a un mundo, lo que, subsiguientemente, motivaría la existencia de individuos extranjeros que instancien estas propiedades en mundos que, asimismo, sean extranjeros también.

Lo que ya sabemos, en primera instancia, es que nuestro mundo se encuentra relativamente contraído con respecto a aquel mundo donde existen tales individuos y propiedades. Los mundos que contengan tal tipo de entidades son extranjeros, pero esto no es así para la conversa, es decir, que haya individuos que instancien propiedades no extranjeras de tal forma, que estas aparezcan como tales. El ejemplo de la instanciación de una partícula con carga negativa y positiva al mismo tiempo nos proporciona una versión más o menos inteligible de esa idea (Lewis, 1986: p. 92). Pero esto tendría que suponer que todo se puede combinar irrestrictamente con todo. Pero en el mundo actual eso no sucede, pues hay ciertas restricciones para efectuar combinaciones entre propiedades e individuos que sean, asimismo, compatibles. La pregunta es, cómo podemos efectuar una construcción combinatoria que nos de como resultado una propiedad que: 1) no haya sido instanciada absolutamente por ningún individuo en ningún mundo, y 2) no pueda ser obtenida o generada por la conjunción de propiedades de ningún mundo. Para nuestros propósitos, estableceremos una restricción sobre el segundo requerimiento, y es algo que podemos hacer, si adherimos a la concepción de que no hay mundos posibles dados, sino posibilidades de construcción inmediata de acuerdo a lo que se va llevando a cabo en un curso temporal. Por consiguiente, lo que entendemos como ‘todos los mundos’ involucra a los mundos que hasta un determinado estadio han sido contruidos, y a los mundos accesibles que podemos alcanzar a percibir en un futuro cercano. Si esto es así, entonces, por transitividad puede concebirse una propiedad que no sea obtenida desde el mundo actual ni de los mundos futuros que percibimos. Junto a eso, es posible también concebir relaciones entre propiedades que no sean del todo compatibles. Como Armstrong reconoce:

Supóngase, por ejemplo, que podemos analizar la conexión nómica [...] como una relación de necesidad o probabilificación que tiene lugar entre universales completamente distintos. Estos estados de cosas de orden superior serán contingentes: será posible recombinar universales promiscuamente para producir conexiones nómicas meramente posibles [...] las relaciones de necesidad y/o probabilificación son irreflexivas, no-transitivas y no-simétricas [...] (Vemos que el combinatorialista ha de aceptar la tesis de que las leyes de la naturaleza deben variar en diferentes mundos. Esto corresponde a la intuición de muchos, o acaso todos los filósofos). (Armstrong, 1989: p. 90)

Entonces, una propiedad de segundo orden corresponde a hechos de segundo orden, identificados con hechos acerca de totalidades y, además, presuponen un primer orden del cual dependen. Si

suponemos las propiedades de ‘ser un kilo’ o ‘ser un cuarto de kilo’, es comprensible pensar que estas propiedades caen bajo el universal ‘ser masa’. Así, tenemos M en denotación de ‘ser masa’ y K para ‘ser un kilo’, donde $M(K)$ es un estado de cosas de segundo orden. En un sentido más específico, debiéramos decir que cualquier individuo que cae bajo K , debe también caer bajo M . Ahora, si es concebible que podemos hacer libres re combinaciones de universales para generar un posible segundo orden, entonces habrá individuos que caigan bajo ese segundo orden posible. Pero, de todas formas, estas propiedades no responden a la definición dada para propiedades extranjeras. Sin embargo, como nos encontramos en un contexto intuicionista temporal, los mundos que lejanamente pueden aparecer en el futuro no están dentro de todos los mundos a los que nos referimos en el requerimiento. En consecuencia, supongamos un mundo w_1 donde, digámoslo así, han sido construidas las propiedades F y G y que éstas son incompatibles entre sí hasta ese mundo. Luego, en un mundo w_2 en un futuro inmediato, se prevé la mera posibilidad de compatibilizarlas. Si eso está dentro de lo posible, entonces es posible también que la conjunción de dichas propiedades suponga una propiedad nueva Q que, consiguientemente en un mundo w_3 , sea conjugada con una propiedad del mismo tipo, Q' , la cual en conjunción constructiva con Q , genere una propiedad extranjera R , la cual no está instanciada en ningún individuo de los constructivamente conocidos y no puede ser obtenida por la conjunción de propiedades de ningún mundo de los constructivamente conocidos, pero que es una propiedad posible por transitividad. Si bien, instalados en w_1 no la alcanzamos a percibir en w_2 , ‘puede’ llegar a ser posible en w_3 . En todo caso, esto deja abierto el problema acerca de nuestros poderes expresivos para referirnos a individuos o propiedades que aún no tiene lugar y que no son lingüísticamente determinables. Pero más adelante veremos que esto, más allá de tratarse de un problema, supone un fenómeno inherente a nuestras capacidades de adquirir y desarrollar lenguajes.

3.8.3. El problema del barco de Teseo.

No es mucho lo que se puede agregar a esta objeción. Puesto que si tenemos un objeto R_1 compuesto de las piezas $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, y que en un decurso temporal éstas pueden ser paulatinamente intercambiadas por una serie de piezas $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$, y con las piezas $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ se puede construir otro objeto R_2 ; lo único que resta admitir es que simplemente se trata de dos objetos distintos, y la pregunta acerca de las propiedades esenciales que identifican a R_1 a través de los diferentes mundos posibles está diseñada para contextos no temporales. Aún así, se podría demandar que los contextos temporales requieren de propiedades que perduran para identificar individuos a través del tiempo. Pero debemos recordar que aquello que aquí es de importancia no es solamente la temporalidad por sí misma, sino el hecho de que nos referimos a construcciones que van tomando forma mientras se efectúan. Para la necesidad de origen en un ámbito ontológico modal, si un objeto está hecho de un material y otro objeto está hecho de otro material distinto, entonces son necesariamente diferentes en todos los mundos posibles. Sin embargo, en un modelo intuicionista Kripke, todos los mundos son aquellos a los cuales hemos accedido hasta un determinado estadio, y el estadio siguiente es concebido como posibilidad percibida accesiblemente. A ello, agreguemos que la construcción literal y, por tanto, física del objeto en cuestión, en realidad se circunscribe a un ámbito más allá de los procedimientos mentales de construcciones hipotéticas. Así, para el caso de R_2 construido con las piezas de $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ de R_1 , se trata de una reconstrucción distinta de R_1 según el mismo plan y con las mismas piezas, y lo que ahora ocupa el lugar de R_1 con las piezas $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ es una construcción en realidad verdaderamente distinta de R_1 . Cada una de estas construcciones puede ser firmemente establecida en los correspondientes estadios en los que han tenido lugar y, simplemente, se ha de decir con ello que lo que ha tenido lugar posteriormente han sido otras construcciones dadas a partir de las primeras, y que a su vez han sido establecidas en sus correspondientes estadios también. Si esto es así, entonces podríamos admitir que tenemos una construcción adicional a R_1 , hecha con las mismas piezas y según el mismo plan, pero que no se

trata del mismo R_1 , por lo que debiéramos incorporar a nuestro lenguaje la noción de reconstrucción que nos arroja como resultado un objeto distinto.

3.9 Sobre una noción de potencia lingüística.

En los problemas que han sido identificados anteriormente, hemos hecho referencia a la reduplicación combinatoria de individuos actuales, lo cual genera un mundo posible más extenso que el actual, y cuya posibilidad de expansión posterior nos lleva a concebir individuos diferenciados numéricamente, pero que no pueden ser claramente identificados cualitativamente. Es decir, pareciera haber más que aquello que actualmente posee un predicado o, mejor dicho, las posibilidades se extienden más allá de lo determinable lingüísticamente. Luego de eso, y en una veta similar, el problema de los individuos y propiedades extranjeras nos ha comprometido con asumir intuiciones modales para posibilidades que van más allá de lo que puede ser dicho. Según esto, habría individuos que trascienden nuestras descripciones lingüísticas de un mundo. En tal escenario, podemos adaptar estos aportes de Lewis a nuestros propósitos y agregar que, no es que se trate de la existencia de individuos en mundos inaccesibles al nuestro, sino que, dada una determinada construcción en un mundo, las posibilidades posteriores pueden suponernos propiedades causales para constructos no previsibles desde nuestro mundo actual. Visto así, nuestras capacidades de permanente construcción nos otorgan el poder descriptivo de un lenguaje que puede elaborar mundos (*worldmaking language*), por lo que existe una tensión constante entre lo que podemos describir lingüísticamente en el mundo actual y aquello que, aún sin ser construido, puede llegar a ser una posibilidad de acuerdo a las propiedades disposicionales de nuestras construcciones actuales. Entonces, es posible que existan más individuos de los que hay actualmente, pero como aún no existen, no pueden ser nombrados. Consiguientemente, una vez que dichos individuos, llamémosles posibilidades imprevisibles, alcanzan la existencia al ser construidos, añaden nombres y descripciones a nuestro repertorio lingüístico y conceptual, determinando con ello la caracterización del lenguaje como una elaboración cultural permanente. Para establecer una línea de defensa más o menos bien posicionada sobre este punto, tendremos en cuenta algunas observaciones críticas con ciertos tópicos ya tratados.

Como sugiere Read, la desvinculación de los aspectos modales con aspectos epistémicos parece ser particularmente dificultosa:

Hasta aquí, nuestras disquisiciones acerca de mundos posibles han tendido a ignorar consideraciones epistemológicas. Ellos son particularmente problemáticos en el caso de un platonismo modal. “Necesario” ha sido identificado con “verdadero en todos los mundos posibles” ¿Cómo, entonces, hemos de establecer que algo es necesariamente verdadero? El modelo sugiere así la inspección de cada uno de los mundos. Pero eso es imposible por dos razones: Primero, hay demasiados o infinitos mundos; segundo, éstos son inaccesibles. (Read, 1994: p. 111)

Si bien esta observación va dirigida a lo que Read llama una concepción platónica de los mundos posibles refiriéndose a los aspectos de la teoría de D. K. Lewis, podemos acceder a partir de aquí a una crítica para muchas teorías que no sean de ese tipo, de manera que aún admitiendo teorías donde hay mundos que son accesibles al nuestro, hay infinitos mundos, por lo que el establecimiento de una verdad en cada uno de ellos se vuelve, por así decir, una imposibilidad epistémica. En otras palabras, el supuesto valor ontológico y, por tanto objetivo de las modalidades, siempre nos empujará a situaciones donde interviene el conocimiento de los hechos.

Kripke ha propuesto que una identificación no solo es necesaria, sino que también dicha necesidad no ha de ser un asunto *a priori*. Evidentemente, “Héspero es Fósforo” es necesaria como juicio de identidad para Kripke, pero como se trata de algo que no hemos identificado automáticamente, sino que lo hemos establecido empíricamente, entonces es una necesidad *a posteriori*. De tal forma se argumenta para decir que, si lo necesario no es *a priori*, entonces las nociones de necesidad y posibilidad no son correlativas a las nociones epistémicas de *a priori/a posteriori*. Una cosa es la objetividad de los hechos, y otra la manera como accedemos a estos. Sin cerrar esto de manera definitiva, aquí se oculta una dificultad más. Si “Héspero es Fósforo” es verdadero, esto es necesariamente así. Al contrario de esto, tendríamos que decir que “Héspero podría no haber sido Fósforo” es tan necesariamente falso como “Héspero podría no haber sido Héspero”. Así, estamos ‘seguros’ que “Héspero es Fósforo” es verdadero en todos los mundos posibles. Pero aquí resta algo, puesto que la identificación de “Héspero es Fósforo” se ha dado por recurso a la experiencia y, por tanto, según dijimos, no ha sido identificada de forma inmediata; entonces, antes de esta identificación, y siguiendo a Read, que “Héspero podría no

haber sido Héspero” no refleja una posibilidad contingente, sino una simple ignorancia. De ello se sigue, que nuestra inclinación a creerla verdadera cuando nos preguntamos si es el caso o no de esa identidad, es más bien una posibilidad epistémica, no metafísica. En realidad, la separación entre el ámbito epistemológico y metafísico es un artificio *ad hoc* para sostener un mecanismo que nos permita comprender las propias posibilidades, pero podríamos decir que en el transcurso de su uso, dicho mecanismo ha reclamado más de lo que merece. Es cierto, por otro lado, que “Héspero es Fósforo” se refiere a la identificación de un mismo referente, el planeta Venus, pero aquí conviene hacer una aclaración adicional.

Lo que una tesis de la necesidad de la identidad no dice al alero de la distinción de lo epistémico, es que la objetividad de dichas aserciones tiene que ver con que éstas sean ciertas incluso aunque permanezcan desconocidas para nosotros. La verdad tiene una estructura que es independiente de nuestras creencias y de nuestras habilidades para conocerla. Pero hay un par de reparos con respecto a esto último: Primero, sobrelleva la afirmación implícita de que toda sentencia sea verdadera o falsa, por lo que toda sentencia debería estar adaptada ya a un significado dentro de nuestro repertorio de lenguaje. Pero esta es una acepción demasiado estrecha para dimensionar los alcances del lenguaje, pues no considera una serie más amplia de sentencias referidas a hechos pasados, posibles hechos futuros, estados mentales, etc. Lo cierto, es que la noción de verdad no tiene porque jugar un rol en el concepto de significado. Nuestra comprensión de una proposición se hace manifiesta en el uso que hacemos de ella, una vez conseguida la evidencia para respaldarla o refutarla; debe consistir en una capacidad de reconocer esa situación como (ya) teniendo lugar, no en el alcance de una situación independiente de nuestra habilidad para reconocerla como teniendo lugar. Entonces, lo que podría colegirse acerca de la relación entre esto y la noción de potencia lingüística que hemos esbozado, es que una posibilidad imprevisible, como la hemos llamado, no tiene por qué suponer un valor veritativo predeterminado en el lenguaje, puesto que sólo adquirirá tal valor en el momento de su construcción, una vez que llegue a ser tal o cual cosa.

Segundo, si la proposición acerca de algo que es necesariamente verdadero en todos los mundos posibles ha de ser inteligible, esto es sólo a condición de que presupongamos una infinitud de mundos en donde esa verdad ya está instalada. Diferente es decir que algo es

verdadero en todos los mundos subsiguientes al mundo en que ha sido establecido, por lo que su verdad se ha preservado, más que predeterminado. Por otro lado, el establecimiento de verdades necesarias *a priori* para las matemáticas es una arbitrariedad no del todo exacta, pues ahí nos encontramos muchas veces con grados de abstracción tales, que la prescripción de muchas de las propiedades de estas entidades en realidad si depende de la capacidad creativa de los sujetos. Por eso también es que no parece lícito relegarlas a un plano de ‘objetividad modal’ independiente de los sujetos que la conciben.

En definitiva, siempre puede haber una extrapolación de posibilidades de las que no podemos decir si son verdaderas o falsas. El establecimiento de un valor de verdad llega cuando se tiene una evidencia tangible de los hechos, en la medida en que se realizan. Si adherimos a la tesis de que el lenguaje significa por establecimiento de referencias, tendríamos que admitir con ello ciertos significantes de dominio privado que se relacionen de manera biunívoca con los hechos que significamos, ya que se mantiene de forma tácita que la verdad de un hecho simplemente se correlaciona con nociones que ya estaban presentes en el lenguaje, incluso antes de ser verificada; pero esto es absurdo, porque supone, en un extremo, un repertorio innato de conceptos y constructos lingüísticos dados en el sujeto y, en otro extremo, hechos objetivos que, una vez verificados se adaptan correlativamente a estos conceptos, como si el lenguaje fuese otro hecho preexistente a toda realización humana. Además, como bien sabía Wittgenstein (2004, § 6: p. 23) las posturas referencialista en un lenguaje han de admitir significados por ostensión, donde algo corresponde a un término que, por lo demás, sería parte intrínseca del sujeto. Pero el lenguaje es lo que es en el uso y, por lo tanto, es de carácter comunitario y vivencial, por lo que su significado es más bien público. En un lenguaje privado nada puede ser dicho. Las potencialidades del lenguaje, por tanto, corresponden a hechos establecidos de manera más bien dinámica, en el curso del acontecimiento de lo que se lleva a cabo, lo que comporta aspectos subjetivos no rigurosamente intrínsecos, sino relacionales. Veremos con más detenimiento este aspecto.

A MODO DE CONCLUSIÓN: El proyecto de un desarrollo constructivo del lenguaje.

Según hemos visto, hay una tradición que en filosofía analítica ha enfocado sus desarrollos a partir de la aceptación de un espacio ontológico modal dado. Se ha sostenido que la motivación principal para afirmar esta dimensión existencial, está en que las modalidades no equivalen a nociones epistemológicas, por lo que tendrían un valor ontológico en un sentido no peyorativo, donde ontológico equivale a objetividad, a realidad. Al umbral de esta perspectiva, ha surgido una serie de problemas que ha desencadenado, desde diversas posturas, debates que contribuyeron a fortalecer las concepciones sobre la propia noción de mundos posibles. Lo que resulta curioso de todo esto, es que cada esfuerzo por señalar la objetividad de dicho espacio, por mucho que se trate de posturas naturalistas, en el fondo se refieren a lo que hasta ahora no ha sido otra cosa sino una construcción creativa y colectiva, dependiente de los autores que la han desarrollado, y estimulada por un diálogo cruzado entre diferentes teorías.

Una de las cuestiones fundamentales debatidas en este escenario es la mencionada distinción entre las categorías ontológicas y las epistemológicas. En particular, lo que se ha querido mostrar es que los problemas que hemos enfrentado se deben a la caracterización ontológica de ámbitos que bien pueden ser epistémicos, más específicamente, pertenecientes a un dominio constructivo, lo cual nos brinda herramientas con un mayor alcance de aplicación para dar tratamientos más concretos a dichas dificultades. Lo que esto nos ha entregado, al menos como resultado inmediato, es el despliegue de posibilidades concebidas constructivamente, entendidas como mundos que extienden nuestras capacidades de expresión lingüística, lo cual señalamos como un curso inevitable para este reconocimiento.

Junto con lo anterior, se puede poner de relieve que los poderes expresivos del lenguaje no tienen su fortaleza en la capacidad puramente individual, ya que, de ser así, concederíamos una

esfera privada como punto originario del mismo. El lenguaje concebido como expresión constructiva no puede, bajo ningún término, agotarse en una interioridad subjetiva. Es posible que la principal dificultad de las distinciones entre lo ontológico y lo epistemológico esté en que concibe la subjetividad en términos estrictamente individuales, lo cual no considera el valor intersubjetivo de las construcciones lingüísticas. Es preciso señalar, que la propia noción de adquisición lingüística que tiene que ver con la manifestación en uso de un lenguaje, más que adherir a una noción correspondentista y referencial para este dominio, pareciera albergar mayor coherencia como un enfoque más bien dinámico. Una postura digna de mencionar en este sentido, es la de la denominada ‘Escuela de Erlangen’ o ‘Constructivismo de Erlangen’, el cual se ocupó de proporcionar una teoría del lenguaje y de la ciencia desarrollando un lenguaje científico de orden constructivo llamado *Orthosprache* (Rahman & Clerbout, 2013: p. 9). Esto dio lugar a lo que se entiende como ‘Semántica Dialógica’. Dentro de las motivaciones generales para este desarrollo, se encuentra la inspiración en la antigua tradición griega que, para el caso de la lógica, concebía a ésta como el estudio sistemático de los diálogos entre dos partes intercambiando argumentos en torno a una disputa central, por lo que sus presupuestos básicos están en la idea de que el significado de las constantes lógicas está dado por las normas o reglas que rigen su uso⁷².

Finalmente, nos proponemos sugerir que una concepción modal con pretensiones constructivas, debe tener en cuenta que la determinación de posibilidades toma forma en el curso de la significación de una determinada construcción. Si hay consecuencias inmediatas que han sido establecidas explícitamente, entonces cada consecuencia remota debiera admitirse como posibilidad desde el punto de vista de cada consecuencia de primer orden. Si bien podemos admitir la acepción general para un mundo posible de acuerdo a aquello que no es actual, eso no significa que debemos contar con una descripción específica para cada posibilidad, con la atribución de un respectivo valor de verdad. Una de las caracterizaciones generales que Armstrong da para los estados de cosas posibles, está en que se trata de constructos teóricos útiles para la comprensión del mundo actual. Siendo esa una razón que entronca con aspiraciones

⁷² Siguiendo a Wittgenstein, se trata del significado como uso. Para una introducción general sobre semántica dialógica véase: Redmond & Fontaine, Matthieu (2011)

científicas, entonces debe reconocerse de una vez por todas que dichos constructos no son objetividades independientes de los sujetos, sino que toman forma a través del tiempo, y dependen de la interacción dialógica de más de un agente. Coincidiendo, por ejemplo, con uno de los aspectos más importantes de *El Sofista* de Platón, cuando nos encontramos en medio de la verdad y/o de la falsedad de un discurso que dice algo acerca de algo, dicha verdad ha de ser develada mediante la refutación de lo falso, i. e., en el curso de un diálogo argumentativo. Más allá de un Λέγειν τί κα τινός, un Λέγειν τί κα τινός τινί⁷³.

⁷³ Más allá de un “decir algo acerca de algo”, un “decir algo acerca de algo a alguien”.

Bibliografía.

ALVARADO, J. T. (2007): “Mundos Posibles como Universales Estructurales Máximos. Una Conjetura Ontológica”, *Análisis Filosófico*, n° 2, pp. 119-143.

ALVARADO, J. T. (2005): “Necesidad de Origen y Metafísica Modal”, *Diánoia*, vol. L, n° 54, pp. 3-32.

ARISTÓTELES (1994): *Metafísica*. Madrid: Gredos.

ARISTÓTELES (1988): *Órganon. Perí Hermenéias*. Madrid: Gredos.

ARMSTRONG, D. M (1997): *A World of State of Affairs*. Cambridge: Cambridge U. P.

ARMSTRONG, D. M. (1989): *A Combinatorial Theory of Possibility*. Cambridge: Cambridge University Press.

ARMSTRONG, D. M. (1978): *Universals and Scientific Realism*, Volume I, *Nominalism and Realism*. Cambridge: Cambridge University Press.

BERKOVSKY, Sandy (2011): “Lewis’ Reduction of Modality”, *Acta Analytica*, n° 26, pp. 95-114.

BIRD, Alexander (2003): “Structural Properties” en Hallvard Lillehammer & Gonzalo Rodriguez-Pereyra: *Real Metaphysics* (Nueva York: Routledge) pp. 154-168.

BORGES, Jorge Luis (1980): “El jardín de senderos que se bifurcan”, *Nueva Antología Personal*. Barcelona: Bruguera, pp. 124-138.

BROUWER, L. E. J. (1967): "On the Significance of the Principle of Excluded Middle in Mathematics, especially in function Theory", en Heijenoort *From Frege to Gödel, A source book in mathematical logic, 1879–1931*. Massachusetts: Harvard University Press, pp. 334–341.

CANTOR, Georg (1955): *Contributions to the founding of the theory of the transfinite numbers*. New York: Dover.

COGGINS, Geraldine (2008): "Metaphysical Nihilism", *Philosophical Books*, nº 3, Vol. 49, pp. 229–237.

D'AMORE B., Arrigo G., Bonilla Estévez M., Fandiño Pinilla M.I., Piatti A., Rodríguez Bejarano J., Rojas Garzón P.J., Romero Cruz J.H., Sbaragli S (2006): "El sentido del infinito", *Epsilon*, nº 65, vol. 22(2), pp. 187-216.

DIVERS, John (2002): *Possible Worlds*. London and New York: Routledge.

DUMMETT, Michael (2000): *Elements of Intuitionism*. Oxford: Clarendon Press.

EFFIRD, D. & STONEHAM, T. (2006): "Combinatorialism and The Possibility of Nothing", *Australasian Journal of Philosophy*, nº 84, vol. 2, pp. 269-280.

FEYS, Robert (1965): *Modal Logics*. Louvain: E. Nauwelaerts.

FORREST, Peter (1986): "Ways World Could Be", *Australasian Journal of Philosophy*, nº 1, vol. 64, pp. 15-24.

GARRIDO, Manuel (1974): *Lógica Simbólica*. Madrid: Tecnos.

HAACK, Susan (1991): *Filosofía de las lógicas*. Trad. Amador Antón & Teresa Orduña. Madrid: Cátedra.

HAVEMANN, Robert (1967): *Dialéctica sin Dogma. Ciencia Natural y Concepción del mundo*. trad. Manuel Sacristán. Barcelona: ARIEL.

HEGEL, G. W. F. (2000): *Enciclopedia de las Ciencias Filosóficas*. Trad. Ramón Valls Plana. Madrid: Alianza.

HEYTING, Arendt (1976): *Introducción al Intuicionismo*. Trad. Victor Sanchez de Zavala, Madrid: Tecnos.

HILBERT, David & ACKERMANN, Wilhelm (1975): *Elementos de Lógica Teórica*. Trad. Victor Sanchez de Zavala. Madrid: Tecnos.

HILLIS, W. Daniel (2000): *Magia en la piedra: las sencillas ideas que hacen funcionar a los computadores*. Trad. Fernando Velasco. Madrid: Debate pensamiento.

HINTIKKA, Jaakko (1998): *El viaje filosófico más largo: De Aristóteles a Virginia Woolf*. Trad. Marcelo Mendoza. Barcelona: Gedisa.

HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J. (1973): *Introducción a la Lógica Modal*. Trad. Esperanza Guisan. Madrid: Tecnos.

HUGHES, G. E. & CRESSWELL, M. J. (1996): *A New Introduction to Modal Logic*. London: Routledge.

JOHNSONBAUGH, R. (1988): *Matemáticas Discretas*. Trad. Reinaldo Guidici y María Rosa Brito. Cuauhtémoc: Grupo Ed. Iberoamérica.

KRIPKE, Saúl (1995): *El Nombrar y la Necesidad*. Trad. Margarita M. Valdés. Coyoacán: UNAM.

LEIBNIZ, G. W. (1982): *Escritos Filosóficos*. Trad. Ezequiel de Olaso. B. Aires: Charcas.

LEWIS, C. I. *A Survey of Symbolic Logic* (1960): London: DOVER.

LEWIS, C. I. & LANGFORD, C. H. (1959): *Symbolic Logic*. London: DOVER.

LEWIS, D. K. (1968): "Counterpart Theory and Quantified Modal Logic", *Philosophical Papers*, vol. 1. Oxford: Oxford U. P., pp. 26-46.

LEWIS, D. K. (1983): "New Work for a Theory of Universals". D. H. Mellor & A. Oliver (eds.): *Properties*, Oxford: Oxford U. P., pp. 118-127.

LEWIS, D. K. *On the Plurality of Worlds* (1986): Oxford: Balckwell.

L.T.F. Gamut (2009). *Lógica, lenguaje y significado*, vol. II. Trad. Cecilia Durán. B. Aires: Eudeba.

MINTS, Grigori (2002): *A Short Introduction to Intuitionistic Logic*. New York: Kluwer, New York.

MOROS, Enrique (1996): *Modalidad y Esencia: La metafísica de Alvin Plantinga*. Navarra: EUNSA.

NUBIOLA, Jaime (1991): *El compromiso esencialista de la lógica modal*. Pamplona: Eunsá.

RAHMAN, Shahid & CLERBOUT, Nicolas (2013): "On Dialogues, Predication and Elementary Sentences", *Revista de Humanidades de Valparaíso*, n° 2, pp. 7-46.

RESCHER, Nicholas (1973): *The Primacy of Practice: Essays toward a Kantian theory of pragmatically knowledge*. Oxford: Basil.

SCHNEIDER, Susan (2001): "Alien Individuals, Alien Universals, and Armstrong's Combinatorial Theory of Possibility", *Southern Journal of Philosophy*. vol. 39, pp. 575-593.

SNAPPER, Ernst (1979): “Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuitionism and Formalism”, *Mathematics Magazine*, nº 4, pp. 207-216.

TOMÁS DE AQUINO (2003): *El Orden del Ser. Antología Filosófica*. Ed., introducción y notas de Eduardo Forment. Madrid: Tecnos.

TORRETTI, Roberto (1998): *El Paraíso de Cantor, la tradición conjuntista en la filosofía matemática*. Santiago: Ed. Universitaria & Andrés Bello.

VAN BENTHEM, J. F. A. K. (1983): *The Logic of Time*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

VAN DALEN, Dirk (2004): *Logic and Structure*. Berlin: Springer.