



Planificación didáctica para la enseñanza de prueba de hipótesis a partir de un experimento en aula

Trabajo de tesis para optar al grado del Magíster en Estadística

Presentado por:
Milena Ayleen Lara Díaz

Bajo la supervisión de
Dr. Carlos Henríquez Roldán, profesor guía
Dr. Álvaro Bustos Rubilar, profesor co-guía

Enero 2025

Índice

1	Resumen	2
2	Introducción	2
2.1	Motivación	2
2.2	Planteamiento del problema	3
2.3	Hipótesis de trabajo	3
2.4	Revisión de la literatura	3
2.4.1	Modelos de educación estadística	4
2.5	Antecedentes en Chile	6
3	Metodología	7
3.1	Contexto	7
3.2	Recolección de datos	8
3.3	Técnicas de análisis	9
3.4	Captura de la información	9
4	Fundamentos estadísticos de la prueba de hipótesis estadística	10
5	Descripción de la actividad	12
5.1	Objetivos de la actividad	12
5.2	Conocimientos esperados	12
5.3	Materiales	14
5.4	Conocimientos previos	16
6	Actividad	18
6.1	Presentación de la actividad para los estudiantes	18
6.2	Momentos de la actividad	18
6.3	Ejemplo de implementación	20
7	Resultados	23
7.1	Pretest y postest	23
7.2	Tamaño muestral	26
8	Conclusiones	30
9	Investigaciones futuras	31
	Planificación didáctica propuesta	33
	Referencias	36
	Anexos	38

1. Resumen

Este estudio propone el diseño de una clase que permite enseñar conceptos de prueba de hipótesis estadística en estudiantes de enseñanza media y superior, a través del diseño de un experimento basado en el test triangular (Hollander, Wolfe y Chicken, 2014). El propósito de implementar esta clase consiste en mejorar la comprensión de prueba de hipótesis estadística en estudiantes y proporcionar una guía que sea de utilidad para profesores de enseñanza media y universitaria para la implementación de esta actividad en el aula. Los datos se recolectaron mediante la aplicación de un pretest y postest, con preguntas abiertas sobre conceptos estadísticos relacionados con prueba de hipótesis y procedimientos, evaluando si existe una diferencia significativa entre ambos resultados. Adicionalmente, a través de simulaciones, se propone un tamaño muestral mínimo con el cual se obtienen los mismos resultados que con la totalidad de la muestra de estudiantes original.

2. Introducción

2.1. Motivación

Según Johnson y Kuby (2016), la estadística, descrita de manera breve, es más que solo números, son datos. La estadística se describe, interpreta y concluye a partir de los datos. Los autores también mencionan que los usos de la estadística no tienen fin, es más fácil mencionar un campo donde la estadística forme parte integral, a uno donde no se aplique la estadística. Generalmente, en ciencias, deben recolectarse y analizarse datos mediante experimentos. Posteriormente, una parte importante del proceso estadístico, consiste en el estudio de los resultados estadísticos y la formulación de conclusiones, las cuales deben comunicarse de manera precisa y compartir los hallazgos con otros (Johnson y Kuby, 2016).

Diariamente se deben tomar decisiones, algunas más relevantes que otras, todas estas decisiones siguen el mismo patrón: se contrastan las alternativas identificando algo de interés, luego, sobre la base de las creencias, preferencias y evidencias disponibles, se llega a una conclusión y se toma la decisión adecuada (Johnson y Kuby, 2016).

A partir de 2020, entró en vigencia el actual programa de estudio para la enseñanza de la estadística en Chile en la educación media; el cual, incorpora la asignatura de formación diferenciada “Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial” (MINEDUC, 2016d), donde uno de los contenidos a tratar es la prueba de hipótesis, por lo que emerge la necesidad de crear actividades relevantes y significativas que motiven a los estudiantes y a la vez, desarrollen habilidades necesarias en la sociedad actual.

La importancia de desarrollar habilidades estadísticas radica en que nuestra sociedad actual demanda que los ciudadanos sean capaces de evaluar críticamente afirmaciones basadas en información y argumentar en base a la evidencia que entregan los datos (Estrella, 2017). Además, Franklin et al. (2007) mencionan que la alfabetización estadística es requerida en un sinnúmero de situaciones que involucran la toma de decisiones, donde la estadística provee información y, nuestras decisiones, pueden ser afectadas por el conocimiento de esa información. Algunos ejemplos que mencionan los autores, corresponden a: la información sobre la calidad nutricional de algunos alimentos, establecer la seguridad y efectividad de medicamentos, seguridad de juguetes para evitar riesgos en niños, información sobre acciones y finanzas, entre otras (Franklin et al, 2007). Es por esto que surge la motivación de implementar actividades que promuevan la comprensión de conceptos estadísticos y habilidades estadísticas, que permita a los estudiantes desenvolverse en la vida cotidiana.

2.2. Planteamiento del problema

A partir de la reciente incorporación de la estadística inferencial a la educación media y dada la relevancia de la estadística en la sociedad actual, junto con la necesidad de incorporar actividades que promuevan la comprensión del concepto de prueba de hipótesis, surge la pregunta de investigación: ¿Cómo influye la enseñanza de la prueba de hipótesis mediante un experimento en el aprendizaje de los estudiantes? Con esta pregunta se busca estudiar el efecto de actividades no tradicionales para el proceso de enseñanza-aprendizaje sobre pruebas de hipótesis.

Para lograr responder a la pregunta de investigación, se formula el siguiente objetivo general; el cual consiste en:

- Determinar el impacto de la enseñanza no tradicional en el pensamiento estadístico y la comprensión del concepto de prueba de hipótesis en estudiantes de enseñanza media o universitaria, a través de un experimento.

Para el logro de dicho objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Diseñar una secuencia didáctica que permita recolectar datos, mediante la implementación de un experimento que involucre la prueba de hipótesis.
2. Implementar la secuencia didáctica en estudiantes de enseñanza media y universitarios.
3. Comparar conocimientos sobre prueba de hipótesis antes y después de la clase.

Desde ahora, llamados OE1, OE2 y OE3, respectivamente, a los objetivos específicos 1, 2 y 3.

2.3. Hipótesis de trabajo

Se tiene la hipótesis de que la implementación de este experimento, centrada en la prueba de hipótesis, mejorará el razonamiento estadístico de los estudiantes, aumentando su comprensión de los conceptos y la aplicación de la prueba de hipótesis.

1. Hipótesis relativa al OE1: de acuerdo con la literatura, se diseña una actividad que incorpora componentes necesarios para fomentar la alfabetización estadística, como la recolección y análisis de los datos, el rol del profesor y el enfoque en ideas centrales más que en procedimientos y algoritmos.
2. Hipótesis relativa al OE2: debido a la incorporación de la prueba de hipótesis en los programas de estudio, la actividad resulta pertinente para nivel escolar, siendo posible su ampliación para implementar en un nivel superior.
3. Hipótesis relativa al OE3: los estudiantes mejoran su comprensión y sus conocimientos sobre prueba de hipótesis, debido a la implementación de una clase utilizando un experimento basado en el test triangular (Hollander, Wolfe y Chicken, 2014).

2.4. Revisión de la literatura

Se ha considerado como campo de investigación previo, investigaciones sobre enseñanza no tradicional de la estadística, las cuales se centran en fomentar la alfabetización y el razonamiento estadístico en estudiantes.

2.4.1. Modelos de educación estadística

De acuerdo con investigaciones sobre la enseñanza de la estadística inferencial, Zamora, Aguilar y Guillén (2022), mencionan que ha ido en aumento la importancia de la implementación de estrategias didácticas no tradicionales para la enseñanza y aprendizaje de la estadística, frecuentemente asociadas al aprendizaje activo. Además, afirman que esta nueva tendencia tiene el potencial de trasladar el enfoque de las clases a la comprensión de los conceptos, los procesos de interpretación y la aplicación de esos resultados, más que un enfoque en lo procedimental como la aplicación de algoritmos.

Para el diseño de la actividad se consideraron los lineamientos propuestos por “*Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*”(GAISE), lo que se traduce como “lineamientos para la evaluación y enseñanza en educación estadística”, y el modelo “*Statistical Reasoning Learning Environment*”(SRLE), ambiente para el aprendizaje del razonamiento estadístico. La guía GAISE, según Franklin et al. (2007), tiene como objetivo la alfabetización estadística, es decir, promover en los estudiantes los conocimientos necesarios para afrontar la información presente en diferentes tópicos presentes en la vida cotidiana. Dicha información, puede guiar las decisiones en la vida personal, donde la estadística tiene un rol fundamental en el bienestar. Franklin et al. (2007), plantea en estos lineamientos que la resolución de problemas estadísticos es un proceso investigativo que se compone de cuatro fases: la formulación de preguntas, recolección de datos, análisis de los datos e interpretación de los resultados.

El segundo modelo, está basado en seis principios generales, similares a los que propone la guía GAISE para la enseñanza de la estadística. Sin embargo, según Garfield y Ben-Zvi (2008), las directrices del modelo SRLE van más allá que lo principios generales de la guía GAISE, los cuales consisten en:

1. Centrarse en el desarrollo de ideas estadísticas centrales en lugar de presentar un conjunto de herramientas y procedimientos.
2. Utilizar conjuntos de datos reales y motivadores para involucrar a los estudiantes en la creación y prueba de conjeturas.
3. Apoyar el desarrollo del razonamiento de los estudiantes mediante actividades en el aula.
4. Integrar el uso de herramientas tecnológicas apropiadas que permitan poner a prueba conjeturas, explorar y analizar datos, más que realizar cálculos.
5. Promover el discurso en el aula que incluya argumentos estadísticos e intercambios sostenidos que se centren en ideas estadísticas significativas.
6. Implementar la evaluación para medir lo que los estudiantes saben y monitorear el desarrollo de su aprendizaje estadístico.

A modo de comparación, en la tabla 1 se presentan las diferencias entre una clase tradicional de estadística y lo que se propone asociado al modelo SRLE.

Aspecto	Clase de estadística	
	Tradicional	<i>Statistical Reasoning Learning Environment (SRLE)</i>
Enfoque del curso	Habilidades, procedimientos, cobertura de contenidos	Ideas centrales, desarrollo del pensamiento y razonamiento estadístico
Rol del libro de estudio	Se usa para encontrar ejemplos o tareas y para el examen	Lectura y toma de apuntes para preparación previa o posterior a la clase
Centro	Se centra en el profesor	Se centra en el estudiante
Rol del profesor	Entrega conocimientos a través del discurso y explicaciones	Facilita el desarrollo de conocimiento a través de la discusión y actividades
Rol de la tecnología	Se usa para calcular, comprobar respuestas y creación de gráficos	Se usa para explorar datos, ilustrar conceptos, generar simulaciones, probar conjeturas
Discurso	El profesor responde preguntas	El profesor plantea preguntas y guía la discusión. Los estudiantes argumentan y responden las preguntas de otros estudiantes, se les pregunta si están de acuerdo o no con las respuestas. Comentarios de retroalimentación de estudiantes y compañeros
Datos	Pequeños conjuntos de datos para ilustrar y practicar procedimientos	Conjuntos de datos reales para involucrar a los estudiantes en el pensamiento, razonamiento y conjeturas. Muchos de los conjuntos de datos son generados por los estudiantes a partir de encuestas y experimentos
Evaluación	Se centra en cálculos, definiciones, fórmulas. Evaluaciones de respuesta corta y opción múltiple. A menudo solo se realizan a mitad de periodo y finales	Se utiliza una variedad de métodos, evalúa el razonamiento y el pensamiento. La evaluación formal e informal es parte integral del aprendizaje y está alineada con los métodos y objetivos de aprendizaje. Los estudiantes pueden explicar su razonamiento y justificar sus conclusiones.

Tabla 1: Ambiente de aprendizaje para el razonamiento estadístico (Garfield y Ben-Zvi, 2008)

Garfield y Ben-Zvi (2008), mencionan que pese al mejoramiento en el razonamiento estadístico que promueve el *SRLE*, adoptar este modelo conlleva ciertos desafíos que incluyen aspectos inherentes a los docentes y estudiantes, junto con desafíos institucionales. Dentro de los desafíos

afines a los estudiantes, mencionan que uno de estos puede ser la costumbre a una clase tradicional, el enfoque del texto de estudio y apuntes, donde una clase *SRLE* puede ser una experiencia nueva pero también podría causarles incomodidad. Los autores consideran que es difícil que se les pida razonar, y a menudo, los estudiantes prefieren que se les diga qué hacer.

Si bien existen otros modelos, como los señalados en la guía *GAISE*, estos no son considerados en este trabajo.

2.5. Antecedentes en Chile

Respecto a la enseñanza de prueba de hipótesis en Chile, se observa que este concepto es generalmente abordado en niveles de enseñanza media (MINEDUC, 2016d) y en carreras de educación superior.

Entre las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de prueba de hipótesis, Su y Marchant (2020), realizaron un estudio sobre el nivel de razonamiento estadístico de prueba de hipótesis estadística, en estudiantes universitarios pertenecientes a la carrera de pedagogía en matemática. Las autoras afirman que estos estudiantes tuvieron dificultades en los conceptos esenciales de prueba de hipótesis, sobre todo para obtener una conclusión que permita tomar la decisión correcta en la resolución de un problema contextualizado.

Acerca de los docentes, Giaconi et al. (2022), comparten las principales tensiones y dificultades que presenta una docente al enseñar inferencia estadística en la formación inicial de profesores de matemática. Las tres tensiones que evidencian los autores son:

1. La complejidad de la estadística como disciplina
2. La enseñanza de la estadística, donde se encuentra la necesidad de dominar los contenidos para poder explicarlos bien, junto con poseer conocimiento pedagógico sobre el contenido que se busca desarrollar
3. Logro de aprendizajes significativos o profundos en estudiantes.

Respecto a estrategias no tradicionales de enseñanza de prueba de hipótesis estadística, Castillo (2021), implementa la enseñanza de este concepto mediante una aplicación móvil en estudiantes de educación superior en una universidad, inscritos en la asignatura de Estadística Inferencial, obteniendo una valoración positiva de la aplicación por parte de los estudiantes. También, Castillo (2021) menciona que la valoración positiva de la aplicación respalda su uso como material de apoyo en la asignatura, afirmando que la cantidad de horas que dedicaron los estudiantes estudiando con la aplicación fue significativamente mayor a la cantidad de horas dedicadas para estudiar mediante alternativas más tradicionales.

3. Metodología

Para responder a la pregunta de investigación de esta tesis, la metodología a usar es de tipo cuantitativo. Según Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), este enfoque implica la recolección y el análisis de datos cuantitativos, es decir, en forma de números o cantidades, los cuales se analizan con métodos estadísticos.

Los autores Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), mencionan que esta metodología representa un conjunto de procesos organizados de manera secuencial y rigurosa. Estas fases consisten en:

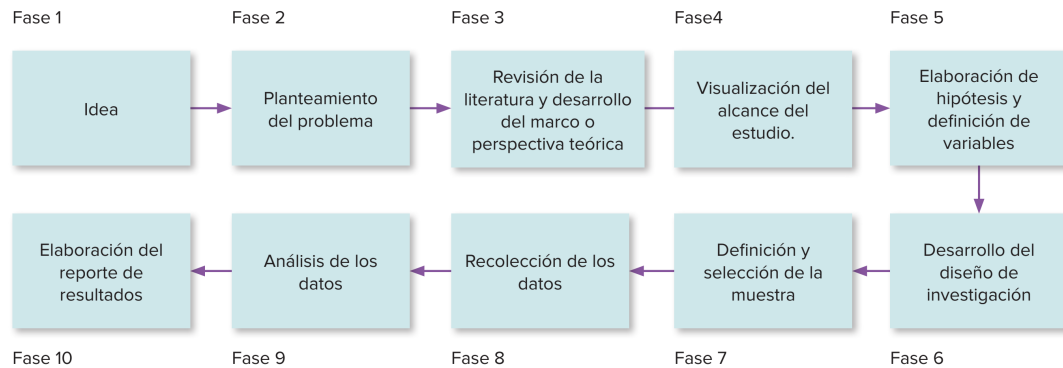


Figura 1: Proceso de la ruta cuantitativa. Extraída de Metodología de la investigación(p. 6), por Hernández-Sampieri y Mendoza (2018)

Entre las características esenciales de este enfoque, destaca el propósito de estos estudios. Entre los cuales se encuentra (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018):

- Describir, explicar, evaluar o confirmar y predecir los fenómenos.
- Generar y probar teorías acerca de fenómenos, eventos o variables.
- Desarrollan tecnología e innovaciones a partir de su estudio.
- Determinar causas y efectos.

3.1. Contexto

Esta investigación se sitúa en un contexto educativo. Se aplicó un experimento a distintos grupos de estudiantes, de enseñanza media y de educación superior, pertenecientes a tres establecimientos educacionales, durante los meses de septiembre y octubre de 2024.

Se consideró una muestra compuesta por un mínimo de 60 estudiantes de cursos seleccionados que cumplan con los siguientes criterios de inclusión: contar con conocimientos estadísticos y de probabilidad, pero no haber tenido exposición previa al concepto de prueba de hipótesis. Para ambos casos, estudiantes de enseñanza media y universitarios, se utilizó un muestreo por conveniencia. Dado que la selección de los establecimientos educacionales se basa en su disponibilidad y disposición para llevar a cabo el experimento. Luego, se estudió el efecto de la aplicación de la secuencia didáctica diseñada en los estudiantes.

Adicionalmente, se realizaron simulaciones de Monte Carlo para determinar el tamaño muestral adecuado, de modo que las conclusiones converjan a lo que se obtuvo con la totalidad de los

estudiantes registrados. Se consideraron grupos de diferentes tamaños (de 5 en 5, desde 10 hasta 60), generando 1000 muestras de manera aleatoria dentro de la muestra inicial de estudiantes, lo que se realizó mediante ensayo y error. McMurray et al. (2017) mencionan que este enfoque implica generar repetidamente valores aleatorios o muestras a partir de la distribución de los datos iniciales y el analista puede definir con antelación el número de simulaciones o continuar ejecutándolas hasta que se establezca la medida de interés. Por lo general, se establece como regla 1.000 simulaciones, debido a que esta gran cantidad lleva a resultados estables. En este caso, se dispone de la participación de al menos 60 estudiantes con los cuales se obtiene una conclusión con respecto a las hipótesis con una probabilidad de significación. Se propone comparar 1000 probabilidades de significación, mediante muestras de diferentes tamaños a partir de la muestra inicial de participantes. De este modo, se determina indirectamente la cantidad mínima de participantes para realizar el estudio.

3.2. Recolección de datos

La unidad de análisis de este estudio consiste en las respuestas recolectadas de los participantes. El objetivo es medir cambios en la comprensión que poseen los estudiantes acerca de la prueba de hipótesis como resultado de la aplicación de la secuencia, que involucra un experimento de prueba de hipótesis mediante el test triangular (Hollander, Wolfe y Chicken, 2014). Para ello, se aplicó un pretest y posttest, asignando un puntaje a cada respuesta.

Para el diseño de los instrumentos (pretest y posttest), se consideran seis preguntas abiertas para evaluar la comprensión del concepto de prueba de hipótesis y aspectos relevantes en la estadística, tales como el azar y la probabilidad. Se optó por preguntas abiertas para evaluar el conocimiento de los estudiantes, en lugar de preguntas de selección múltiple, con el propósito de evitar que haya respuestas aleatorias o que su respuesta esté influenciada por las alternativas que se presenten. También, mediante una rúbrica, a cada respuesta se le asignará un puntaje de 0, 1 o 2, dependiendo de si el participante incluye conceptos considerados como claves en su respuesta. Al ser seis preguntas, el puntaje mínimo total es 0 y el máximo 12.

Además, en la creación del instrumento participaron expertos en estadística para garantizar su validez de contenido. De acuerdo con Prieto y Delgado (2012), una prueba o test no puede considerarse válida si sus ítems no muestran adecuadamente el contenido que se pretende evaluar. Esta metodología se fundamenta principalmente en la evaluación de expertos sobre la pertinencia y suficiencia de los ítems. También, de manera complementaria, Barrazas (2007) menciona que la consulta a expertos es un método que permite establecer si los ítems del instrumento representan adecuadamente el concepto teórico que se desea medir.

Las preguntas para el pretest y el posttest corresponden a:

1. ¿Cuál es el rol del azar en la estadística?
2. ¿Qué entiende usted por experimento estadístico?
3. ¿Cuáles son los principales elementos que deben considerar para realizar un experimento estadístico?
4. ¿Cuál es la importancia de la probabilidad en la estadística?
5. ¿Cómo se postulan las hipótesis estadísticas?
6. ¿Cuál es la relevancia de la estadística en la ciencia?

La recolección de datos se llevó a cabo en dos etapas. En primer lugar, se aplicó el pretest antes de la implementación del experimento, con el propósito de medir la comprensión inicial de

los estudiantes sobre el tema. Este instrumento se presenta en un formato físico (hoja de papel); los estudiantes deben responder en la clase y entregarlo al docente a cargo.

Posteriormente, se aplicó el posttest luego de la realización del experimento. En ambas instancias, los estudiantes deben registrar su nombre o iniciales en los test, para facilitar el registro de las respuestas y su análisis, comparando las respuestas del pretest y posttest por estudiante. Solo se incluyen en el análisis las respuestas de los participantes que hayan completado ambos instrumentos, con el fin de comparar sus respuestas en los test.

3.3. Técnicas de análisis

Para procesar e interpretar los datos recolectados, se realizó un análisis descriptivo de la diferencia entre los puntajes obtenidos en el pretest y posttest, junto con la prueba de rangos de signos de Wilcoxon con el fin de determinar si hubo un aumento significativo en el puntaje del posttest. Canavos (1984) indica que el test de Wilcoxon es un método no paramétrico; si las observaciones por pares se miden con una escala ordinal, señala que las magnitudes de las diferencias tienen poca relevancia, con excepción de las magnitudes físicas.

Además, se llevó a cabo un análisis de la suma de los puntajes de cada pregunta para ambos test, realizando un gráfico de dispersión y ajustando un modelo de regresión lineal simple, de manera global y también por cada grupo de estudiantes.

El análisis de los datos y gráficos se generó mediante el software estadístico Stata, en su versión 18 (StataCorp, 2023).

3.4. Captura de la información

La captura de los datos se llevó a cabo en formato de papel. Luego, tras la revisión de las respuestas, el puntaje asignado en cada pregunta se digitalizó en una hoja de cálculo de Excel con acceso restringido para su posterior procesamiento en Stata. Además, para garantizar la confidencialidad de las respuestas, estas fueron registradas en la hoja de cálculo mediante un número, resguardando la identidad de los participantes.

En cuanto a los aspectos éticos de la investigación, se solicitó un consentimiento previo por escrito tanto a los estudiantes como a sus apoderados o tutores, en el caso de los participantes menores de edad. En el consentimiento se explica el propósito de la investigación y se informa que las respuestas y grabaciones serán tratadas de manera confidencial y exclusivamente para fines académicos.

4. Fundamentos estadísticos de la prueba de hipótesis estadística

La actividad consiste en aplicar una prueba triangular. Hollander, Wolfe y Chicken (2014), mencionan que la prueba triangular corresponde a un caso particular del test binomial, que bajo la hipótesis de que no hay bases para una identificación de las muestras, la probabilidad π de reconocer la muestra diferente es $1/3$, considerando que, de las tres muestras de un mismo producto, dos de ellas son idénticas y la otra es diferente.

$$H_0 : \pi = \frac{1}{3} \quad \text{vs.} \quad H_a : \pi > \frac{1}{3} \quad .$$

El tipo de producto puede variar, al igual que el estímulo sensorial que se quiera estudiar, puede ser visual, táctil, olfativo, auditivo o gustativo. Los participantes se enfrentan a tres muestras, entre las cuales siempre hay una diferente. Se les pide identificar cuál es la muestra diferente, con el objetivo de recopilar las respuestas y, posteriormente, plantear hipótesis para determinar si la diferencia entre estos estímulos es perceptible para los participantes.

La prueba de hipótesis, según Bhattacharyya y Johnson (1977), corresponde a un tipo de estadística inferencial, se realizan inferencias estadísticas a partir de un conjunto de datos, tomando en cuenta el importante rol de las distribuciones de probabilidad y el azar. En el caso del modelo binomial, involucra dos parámetros, el tamaño de muestra n , conocido por el experimentador y la proporción π que generalmente es desconocida. El propósito de probar hipótesis estadísticas, según Bhattacharyya y Johnson (1977) consiste en determinar si una conjetura sobre alguna característica de una población está respaldada por la información obtenida en los datos de la muestra. En el caso de la actividad, se realiza una prueba de hipótesis unilateral, debido a que se desea probar que la probabilidad sea menor o igual que $1/3$ en la hipótesis nula, donde se quiere determinar, a través de los datos de la muestra, si existe evidencia suficiente para demostrar que hay una diferencia significativa en las muestras del tipo de producto presentado. Para el caso de prueba de hipótesis bilateral, se desea probar que el parámetro es distinto al de la hipótesis nula.

Para lograr esto, se definen dos hipótesis, la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. Bhattacharyya y Johnson (1977) explican que corresponden a dos afirmaciones complementarias. Para decidir cuál etiquetar como hipótesis nula y cuál como hipótesis alternativa, se debe considerar que la afirmación que se tiene como objetivo probar con el apoyo de la información obtenida de la muestra, recibe el nombre de hipótesis alternativa H_a , y su negación como hipótesis nula H_0 . Además, los autores Bhattacharyya y Johnson (1977) destacan que esta última hipótesis, la hipótesis nula H_0 , debe considerarse cierta, y por ende “defenderse como verdadera, a menos que los datos indiquen fuertemente lo contrario”. Lo que se compara con un proceso judicial, donde la intención de este proceso es demostrar que el acusado es culpable en lugar de no culpable. Sin embargo, el jurado se aferra a la afirmación de que una persona es no culpable hasta que se demuestre lo contrario.

En términos de las consecuencias de rechazar o no H_0 , Bhattacharyya y Johnson (1977) mencionan que es más grave rechazar falsamente H_0 en lugar de no rechazar H_0 cuando H_0 es falsa, debido a las pérdidas o daños potenciales que esto puede provocar, denominando así el primer caso como error tipo I y el segundo caso como error tipo II. En general, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \alpha(\pi) &= P\{\text{Rechazar } H_0 ; \pi \in H_0\}, \\ \beta(\pi) &= P\{\text{No rechazar } H_0 ; \pi \in H_a\}. \end{aligned}$$

Para probar que H_0 es falsa, se define una variable aleatoria X como el número de participantes que identifican el vaso con jugo diferente, con valores posibles desde 0 hasta n , siendo n el número efectivo de participantes. Para el caso de la actividad, la variable aleatoria X cumple el rol de estadístico de prueba. Bhattacharyya y Johnson (1977) mencionan que el valor de esta variable aleatoria sirve para determinar si se rechaza o no H_0 en el caso de un modelo binomial, el sentido común dice que los valores grandes de X podrían indicar que H_0 es falsa, mientras que valores pequeños podrían no rechazar H_0 .

Como se mencionó anteriormente, la decisión que se tome puede ser errónea de dos maneras, rechazar falsamente H_0 o no rechazar H_0 cuando la evidencia esté a favor de H_a . Bhattacharyya y Johnson (1977), afirman que la probabilidad de cometer un error tipo I depende del valor de π , que se denota como $\alpha(\pi)$, definiendo así el rango cubierto H_0 , lo que coincide con la probabilidad de rechazo y el nivel de significación. Del mismo modo, la probabilidad de cometer un error tipo II también depende del parámetro π , denotado como $\beta(\pi)$.

El valor del parámetro p , también es crucial para definir la potencia de la prueba, Bhattacharyya y Johnson (1977) afirman que para $\pi > \pi_0$ se tiene H_a verdadera, y para $\pi \leq \pi_0$ se tiene H_0 verdadera. A partir de esto, se define la potencia de prueba o potencia del test $\gamma(\pi)$ de la prueba como:

$$\gamma(\pi) = 1 - \beta(\pi) \quad .$$

Lo que corresponde a la probabilidad de que el test rechace H_0 cuando H_a es verdadera, indicando así la bondad o fuerza de la prueba.

Para el diseño del experimento de la prueba triangular, es importante considerar que las permutaciones deben estar ordenadas de manera aleatoria, con el objetivo de eliminar cualquier sesgo en las respuestas de los participantes. Se entiende por permutación a los conjuntos de tres productos que será enfrentado cada participante.

Canavos (1984), menciona que los factores externos pueden influenciar las respuestas, los cuales se supone deben estar bajo el control del investigador, o eliminarlos de ser posible. Las permutaciones con dos muestras iguales y la otra diferente, según Chung (1974), consisten en un muestreo sin reemplazo y con orden, se menciona el caso donde se ordenan n' de m elementos ($n' \leq m$) y el caso particular es cuando se ordenan todos los elementos $m = n'$, extrayéndolos sin reposición, teniendo así:

$$m! = m \times (m - 1) \times \dots \times 2 \times 1.$$

5. Descripción de la actividad

Como se menciona anteriormente en la sección 4, la actividad consiste en aplicar una prueba triangular para la toma de decisiones, mediante prueba de hipótesis estadística. Para aplicar la prueba triangular, se presentan a los estudiantes tres muestras de un producto, dos de ellas son idénticas y solo una es diferente. Para esto, se tienen seis combinaciones, las cuales deben ser ordenadas al azar y expandidas al total de estudiantes.

Posteriormente, los estudiantes deben identificar cuál es el producto diferente en cada caso. A partir de esto, se formulan las hipótesis con el objetivo de comprobar si las muestras presentadas a los estudiantes son distinguibles.

5.1. Objetivos de la actividad

El objetivo de esta actividad es integrar la estadística en un experimento real, mediante una prueba triangular, involucrando el diseño experimental, el azar, las probabilidades, el contraste de hipótesis, los tamaños de muestra y algunos elementos de la estadística descriptiva. Mediante esta actividad, se espera que los estudiantes puedan:

- Formular hipótesis estadísticas.
- Conocer el diseño de un experimento.
- Analizar datos generados en el experimento.
- Contrastar hipótesis estadísticas.
- Interpretar resultados estadísticos y extraer conclusiones basadas en los datos.

De manera general, los conocimientos afines a prueba de hipótesis corresponden a los señalados en la Figura 2. Dentro de los conocimientos *a priori*, se incluyen los conocimientos mínimos necesarios para la actividad. Mientras que en los conocimientos *a posteriori*, se incluyen los conocimientos que deberían desarrollarse durante toda una unidad de trabajo.

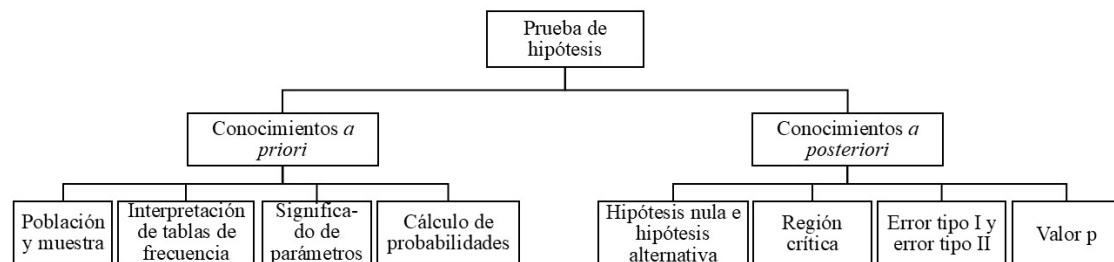


Figura 2: Conocimientos afines a prueba de hipótesis. Fuente: Elaboración propia

5.2. Conocimientos esperados

Mediante esta actividad, se espera que los estudiantes comprendan conceptos estadísticos y desarrollen habilidades, asociadas a la implementación de un experimento, logrando integrar diferentes conceptos de la estadística, específicamente de contraste de hipótesis. Los cuales son relevantes para comprender el rol del método científico en la sociedad. Conceptos tales como:

- Diseño de experimentos: ¿cómo se estructura un experimento para obtener resultados válidos?
- El azar: el rol del azar en la investigación científica.
- Variable aleatoria: distinguir una variable aleatoria X en el experimento que se esté abordando, visualizando y distinguiendo la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor específico para cada uno de los valores del recorrido de la variable, es decir, $P(\{X = x\})$ para cada x en el recorrido de la variable R_X .
- Parámetros: características que distinguen el comportamiento probabilístico de la variable aleatoria X .
- Probabilidad: entender, calcular e interpretar probabilidades de distintos resultados en un experimento.
- Estadística descriptiva: resumir y describir los datos recolectados mediante tablas, gráficos o medidas descriptivas.
- Contraste de hipótesis: formular y probar hipótesis nula e hipótesis alternativa, desde un punto de vista general y desde un punto de vista específico, en términos de los parámetros.
- Tamaño muestral: determinar la cantidad adecuada de datos necesarios para obtener resultados fiables, comprendiendo que parte esencial del diseño es determinar cuántos participantes se requiere.

En cuanto a las habilidades que se desea desarrollar con la actividad, se tienen habilidades del currículum de educación y habilidades transversales tales como:

- Análisis crítico: interpretar los datos que se obtengan con la realización del experimento.
- Resolución de problemas: aplicar conceptos estadísticos para resolver una situación problemática dada. MINEDUC (2016a), menciona que la habilidad de resolución de problemas consiste en que el estudiante resuelva una situación problemática, sin que se le indique un camino a seguir, por medio de la construcción y evaluación de estrategias de manera colaborativa para resolverla.
- Argumentación y comunicación: presentar y explicar resultados de manera clara y concisa, utilizando lenguaje simbólico y otras representaciones. Esto se relaciona con la habilidad de argumentar y comunicar de los programas de estudio. MINEDUC (2016a), señala que esta habilidad se promueve al otorgarles la oportunidad, a los y las estudiantes, de que comuniquen sus ideas, ya sea, de manera escrita o verbal.
- Trabajo en equipo: colaborar con compañeros para diseñar y ejecutar el experimento.

Mediante estos conceptos y habilidades se espera que los estudiantes logren comprender la importancia de la estadística en la toma de decisiones basadas en datos, aprender a diseñar y llevar a cabo experimentos controlados e interpretar y comunicar resultados estadísticos de manera efectiva, desarrollen habilidades prácticas en el diseño de experimentos y en la recolección y análisis de datos.

La actividad presentada en la siguiente sección está diseñada para implementarse con estudiantes de enseñanza media y universitaria, pero podría ser implementada en otros niveles, como por ejemplo en enseñanza básica, adaptando los conocimientos esperados. Una de las limitaciones que puede tener la actividad para su aplicación en niveles inferiores (como la educación básica),

consiste en la rigurosidad matemática requerida, debido a que los estudiantes deben comprender qué es una variable aleatoria, la formulación de hipótesis estadísticas, el cálculo de probabilidades de manera teórica y el análisis de los datos en una tabla de doble entrada, junto con las variables que se analizan. Por otro lado, una proyección de esta actividad consiste en profundizar en el diseño experimental e involucrar la formulación de intervalos de confianza.

5.3. Materiales

A continuación se detallan los materiales necesarios para implementar la actividad, donde el tipo de producto a evaluar puede variar, pudiendo ser, por ejemplo, bebidas, café, lápices, chocolate, entre otros. En este caso, se realizó con jugos de una marca convencional, uno normal y otro *light*.

- Planilla Excel con las posibles permutaciones RRA, RAR, ARR, AAR, ARA, RAA, donde R corresponde a la versión regular del producto y A a su versión alternativa, ordenadas de manera aleatoria y expandida según la cantidad de participantes, agregando también 5 filas extras por si asisten más participantes de lo previsto. El profesor debe disponer de este listado numerado desde 1 hasta $N + 5$, que corresponde a la cantidad esperada de participantes incluyendo las cinco filas extras.
- Tres muestras de un mismo tipo de producto, dos iguales y una diferente, las cuales se deben ordenar en cada fila tres muestras según las permutaciones de la planilla Excel.
- Plantilla para pegar en la mesa: esta plantilla indica el número de la muestra del producto, de manera que cada uno de los participantes indique qué número es el diferente entre los tres vasos.

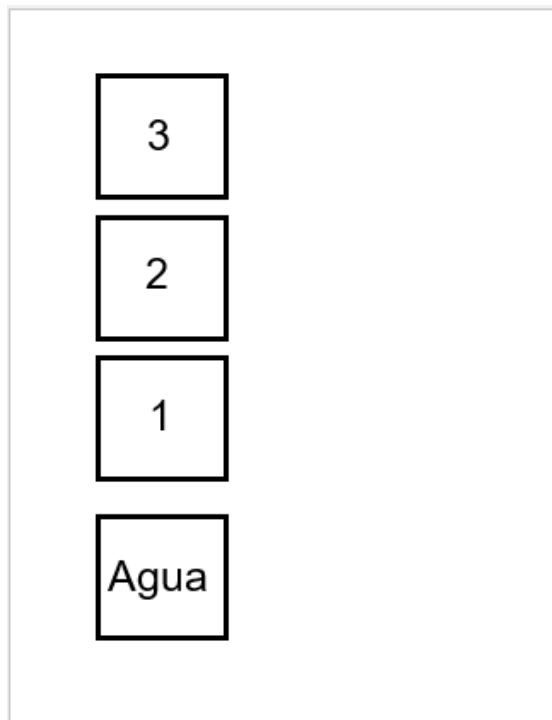


Figura 3: Disposición de los productos para cada participante. Fuente: Elaboración propia.

En la práctica, se debe considerar primero un vaso con agua, en mayor cantidad que el jugo. Los participantes beben el contenido de los vasos en el siguiente orden:

1. Agua
 2. Vaso número 1
 3. Agua
 4. Vaso número 2
 5. Agua
 6. Vaso número 3
- Espacio acorde para organizar las muestras de los productos, por ejemplo, una mesa, cuyo tamaño dependerá de la cantidad de participantes en la actividad. Se recomienda ordenar los vasos con jugo en grupos de cinco, dejando un espacio notoriamente mayor entre la fila 5 y la 6, por ejemplo, como se ilustra en la Figura 4, con P_n participantes.
 - Planilla Excel para escribir las respuestas de los participantes, esta planilla cuenta con una variable identificadora, la cual debe expandirse hasta $N + 5$ con el objetivo de contrastarla con la lista que incluye las numeraciones de las que son realmente diferentes. En el caso de participar menos de N participantes, se recomienda delimitar los vasos de jugo tanto en la planilla Excel como en la mesa donde se disponen.

P_1	Agua	1	2	3
P_2	Agua	1	2	3
P_3	Agua	1	2	3
P_4	Agua	1	2	3
P_5	Agua	1	2	3
P_6	Agua	1	2	3
P_7	Agua	1	2	3
.	.			
.	.			
.	.			

Figura 4: Disposición de vasos en la mesa. Fuente: Elaboración propia.

Además, es recomendable disponer de un ayudante, con el propósito de supervisar el experimento o colaborar con el registro de las respuestas en la planilla Excel.

5.4. Conocimientos previos

A continuación se presenta en detalle los conocimientos previos necesarios para la implementación de la actividad, junto con su temporalidad en los programas de estudio según nivel y la progresión de los contenidos del eje temático de probabilidad y estadística.

- Técnicas de conteo: según los programas de estudio del MINEDUC (2016a), los estudiantes conocen y aplican técnicas de conteo, tal como permutaciones, para calcular probabilidades y resolver problemas.
- Cálculo teórico y frecuentista de probabilidad: se requiere que los estudiantes puedan calcular la probabilidad teórica, con regla de Laplace o regla del producto, de elegir el jugo diferente en caso de escoger al azar. Posteriormente, se necesitará interpretar la probabilidad con un enfoque frecuentista, según la frecuencia de estudiantes que escogieron la bebida que era diferente, lo cual según MINEDUC (2016b), se trabaja en 7° básico, donde los estudiantes estiman la probabilidad de eventos mediante porcentajes o frecuencias relativas, conjeturando también acerca de los resultados posibles y comparando con la realidad.
- Variable aleatoria: los estudiantes reconocen que el recorrido de la variable aleatoria X , R_X , fluctúa entre 0 y la cantidad efectiva de participantes en el experimento. Este contenido es abordado, según MINEDUC (2016c) en el curso de 2° Medio, donde los estudiantes muestran una comprensión de este concepto mediante la definición de una variable aleatoria, calculando probabilidades asociadas a la variable aleatoria, gráficamente su distribución, entre otras.
- Tabla de frecuencias de doble entrada: los estudiantes construyen e interpretan información presentada en tablas de doble entrada, distinguiendo, por ejemplo, que los números que están en una de las diagonales concentra los que realmente distinguen el producto diferente. Según MINEDUC (2016c), los estudiantes en el curso 1° Medio, construyen tablas de datos para registrar distribuciones de frecuencias bivariadas de una misma población.

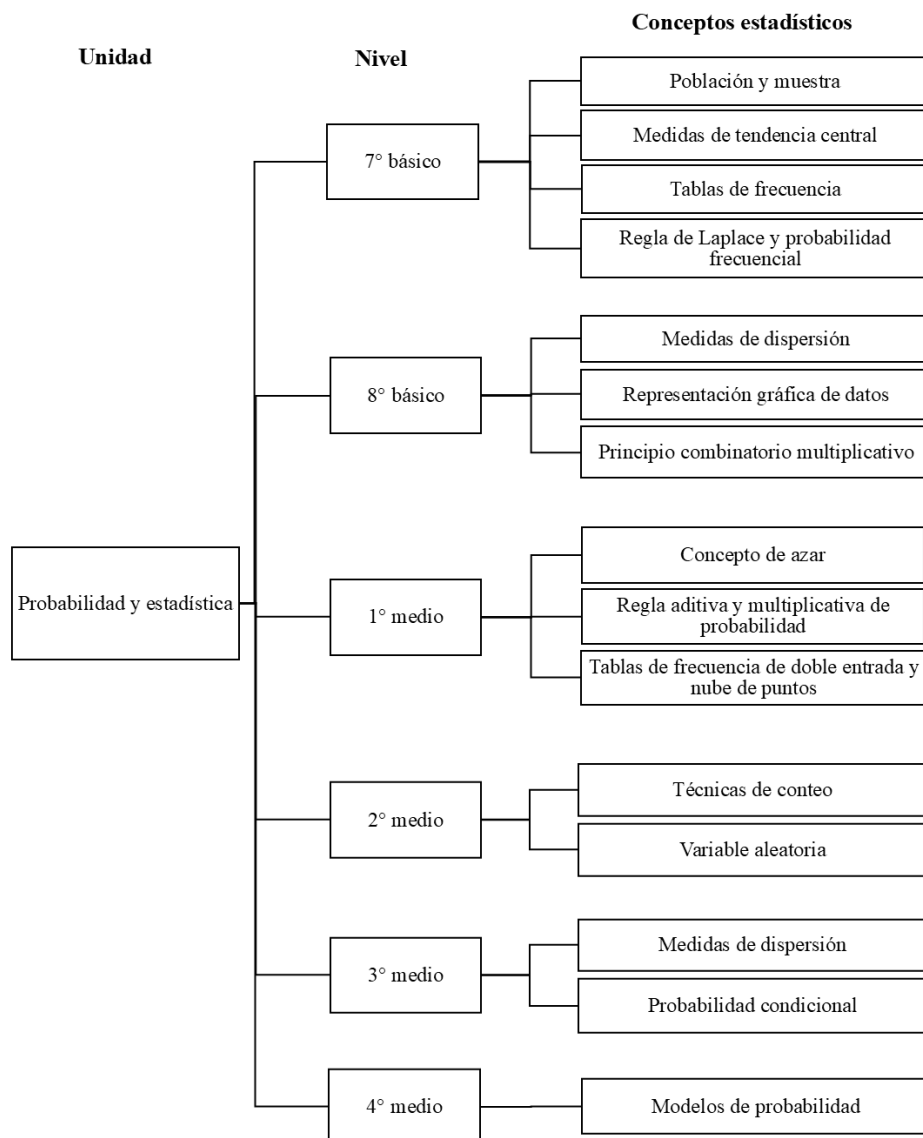


Figura 5: Progresión de conceptos estadísticos por nivel, basado en datos de MINEDUC (2020).
Fuente: Elaboración propia.

6. Actividad

En esta sección se presenta la actividad que desarrollan los estudiantes, junto con los momentos de la clase donde se contextualiza el producto utilizado para la prueba triangular de la actividad con bebestibles. Para este caso, R identifica al bebestible regular y A al bebestible alternativo, sin pérdida de generalidad, se continuará con el bebestible tipo *Light*, denotado como L.

6.1. Presentación de la actividad para los estudiantes

A continuación, se enuncian las preguntas que se realizan a los estudiantes durante la clase, las cuales pueden ser presentadas de manera física (impresas en papel), oral o escritas en la pizarra. Las preguntas serán realizadas en diferentes momentos de la clase, los cuales se detallan en la siguiente subsección y en Anexos.

1. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ordenar tres productos, donde dos son iguales y uno es diferente? Pueden ser dos R y uno L, o bien, dos L y uno R.
2. Si no se diferencian los productos en una primera degustación, ¿cuál es la probabilidad de elegir al azar el que es distinto?
3. Si los productos R y L son distinguibles, ¿cuál sería la probabilidad de que logre distinguir el bebestible diferente?
4. Se quiere probar que el producto alternativo es reconocible frente a su versión regular, plantea una hipótesis nula versus la hipótesis alternativa que se desea contrastar.
5. Después de la recolección de los datos del experimento, construya una tabla de doble entrada que permita visualizar la posición del producto que realmente era distinto respecto al número que se eligió como distinto.
6. De acuerdo a la información en la tabla, ¿se rechaza H_0 frente a H_a ?
7. Elabore un breve resumen con los resultados obtenidos.

6.2. Momentos de la actividad

Antes del comienzo de la clase, se espera que el docente disponga ya de todos los materiales necesarios, los vasos de bebestible dispuestos y la planilla de Excel para ir llenándola con las respuestas de los estudiantes.

Inicio (20 minutos): se les pregunta a los estudiantes si han escuchado antes la frase de que algún procedimiento o producto ha sido “probado científicamente”, con el propósito de que los estudiantes se familiaricen con esta afirmación mediante el experimento. Posteriormente, se comenta lo beneficioso que podría ser para una empresa de bebestibles que la versión *Light* de su producto no fuera reconocible frente a su versión regular. Se comenta cómo se llevará a cabo el experimento para comprobar si el bebestible *Light* (L) es distinguible de su versión regular (R). Para esto, se realiza una prueba triangular, presentando tres vasos que contienen bebestible. Solo uno de estos tres vasos contiene la versión regular o solo uno de ellos la versión *Light*. Se debe explicar que, de los vasos con bebestible, hay dos iguales y uno diferente en cada fila, debido a que los estudiantes podrían pensar que quizás en alguna fila todos son regulares o todos son la versión *Light* del producto.

Para la exploración de los conocimientos previos, se les pregunta a los estudiantes: ¿de cuántas maneras diferentes puede ordenar los tres productos? (2 *Light* y 1 regular o, 2 regulares y 1 *Light*), ¿creen que puedan distinguir la bebida *Light* de su versión regular? Se les menciona que dichas permutaciones están ordenadas aleatoriamente, debido a que no en todas las filas el vaso con bebestible distinto está en la misma posición. También, se les comenta la situación hipotética de, si los bebestibles no se diferencian en sabor, ¿cuál sería la probabilidad de elegir al azar el que es distinto? Esta pregunta la deben responder de manera escrita, sin afectar la respuesta del resto de los estudiantes.

Desarrollo (60 minutos):

Posteriormente, si los bebestibles no son diferenciables en sabor, ¿cuál sería la probabilidad de elegir al azar el que es distinto? Se plantea que se quiere probar que el bebestible diferente es reconocible frente al bebestible regular frente a la hipótesis de que los bebestibles no son distinguibles. Se plantea entonces que la hipótesis nula H_0 será que los bebestibles no son distinguibles en su versión Regular y su versión *Light*, para lo cual se pregunta a los estudiantes, si los bebestibles no son distinguibles, ¿cómo planteo la hipótesis en términos de la probabilidad de seleccionar correctamente el diferente? ($\pi = 1/3$). La hipótesis alternativa H_a , plantea la conjetura de que el bebestible *Light* es notoriamente distinto ¿cómo se plantea esta hipótesis en términos de probabilidad π ? ($\pi > 1/3$). Así,

$$H_0 : \pi = \frac{1}{3} \quad \text{vs.} \quad H_a : \pi > \frac{1}{3} .$$

La hipótesis alternativa destaca el hecho de que el producto diferente es diferenciable entre los otros presentados, ya sea el regular o *Light*.

Se menciona que, para probar la hipótesis establecida con anterioridad, se necesita recolectar datos. Se les entrega la instrucción de que comiencen a probar los bebestibles de una fila, respetando el orden en el que están dispuestos los vasos, tomando agua entre cada vaso y sin saltarse alguna fila de bebestibles, ya que el docente irá registrando la fila del estudiante junto a la respuesta que entrega sobre qué número de vaso contiene el bebestible diferente. El tiempo de este proceso dependerá de la cantidad de participantes, con una duración aproximada de un minuto por participante.

Una vez que todos los estudiantes hayan probado los bebestibles y seleccionado el que distinguen como diferente, se comienza con el análisis de los datos obtenidos. Se establece una variable aleatoria donde a cada fila se le asigna un 1 si la respuesta del estudiante coincide con el vaso de bebestible que era diferente y un 0 en otro caso (no acierta), de modo que al sumar los 1, se obtiene la cantidad de respuestas correctas para calcular la probabilidad según la frecuencia de respuestas correctas en comparación con el total de respuestas.

Además, se construye una tabla de doble entrada que permite visualizar por un lado, la variable “número del vaso con jugo que era realmente diferente” y la variable “número del vaso que señala como diferente (respuesta del estudiante)”. En ese momento se pregunta al curso ¿Qué significan las frecuencias en cada una de las celdas de esta tabla? ¿Qué representan las frecuencias igual a 0? (Si las hubiese), ¿dónde se visualizan las respuestas correctas en la tabla? Para verificar que los estudiantes interpretan la información de la tabla y la distribución de las respuestas correctas, es decir, que acertaron al producto que era realmente diferente, ubicados en la diagonal de la tabla en las posiciones (1, 1), (2, 2), y (3, 3).

A partir de esto, se puede definir la distribución nula del estadístico de prueba, por ejemplo, si se tiene que la cantidad efectiva de participantes son 25, se considera H_0 verdadera cuando $X \leq 12$. Se analiza la probabilidad frecuentista obtenida anteriormente, para ver si se rechaza H_0 frente a H_a . En caso de rechazarla o no, se elige un estadístico de prueba, siguiendo con el ejemplo, determinar que la región de rechazo sea $X \geq 13$, donde el nivel de significación

corresponde a 0,0415. A partir de esto, se explica que significa que este valor se encuentre entre ciertos intervalos establecidos, si la respuesta obtenida es significativa, altamente significativa o simplemente, no es significativo rechazar H_0 . Utilizando el criterio de la siguiente tabla 2.

Interpretación	Probabilidad de significación
No significativo	$p \geq 0,1$
Significativo	$0,05 \leq p < 0,1$
Altamente significativo	$0,01 \leq p < 0,05$
Significativo a todo nivel	$p \leq 0,01$

Tabla 2: Criterio para rechazar o no H_0 según la probabilidad de significación.

Cierre (10 minutos):

Para cerrar la actividad, se realiza un plenario con las siguientes preguntas a modo de reflexión, en relación al experimento realizado: desde el punto de vista de la empresa, ¿creen que con los datos que se procesaron sea suficiente para afirmar que la bebida *Light* se distingue de la bebida regular? ¿Qué creen que sucederá a medida que aumente la cantidad de datos? Es decir, una cantidad mayor de participantes ¿cuál es la cantidad mínima de estudiantes que se requiere para realizar el experimento? Si hubiese participado el mismo número de estudiantes, ¿se hubiesen obtenido los mismos resultados? ¿Qué otro experimento puede ser de su interés que involucre la prueba triangular?

Momentos de la actividad		
Inicio	Desarrollo	Cierre
20 minutos	60 minutos	10 minutos
- Contexto del experimento - Exploración de conocimientos previos (Técnicas de conteo y cálculo de probabilidad)	- Hipótesis nula y alternativa - Recolección de datos - Interpretación de los datos - Toma de decisión frente a H_0	Plenario con el curso sobre tamaño de muestra, resultados y experimentos de interés que involucren prueba triangular

Tabla 3: Resumen de los momentos de la clase. Fuente: Elaboración propia.

6.3. Ejemplo de implementación

Se implementa la actividad en un curso de 20 estudiantes, se espera que identifiquen la bebida diferente. La actividad consta de tres etapas principales. En primer lugar, el diseño de la actividad y la organización del material. El docente previamente genera las permutaciones en la planilla Excel (Anexo 1), expandiendo la lista de las 6 permutaciones al número de estudiantes. Se sugiere añadir 5 filas extra en caso de que algunos vasos se derramen o participen más estudiantes. Quedando así, 25 permutaciones, las cuales el docente debe ordenar aleatoriamente según el número decimal que se genera a la derecha en la columna E de la planilla Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Lista permutaciones					Diferente	Respuesta							
2	1 L	R	L		0,0124	2	2							
3	2 R	L	L		0,22623	1	2							
4	3 L	R	R		0,62573	1	3							
5	4 L	L	R		0,04032	3	1							
6	5 R	L	L		0,97277	1	1							
7	6 L	L	R		0,84859	3	2							
8	7 L	R	L		0,32373	2	3							
9	8 R	L	R		0,50958	2	1							
10	9 R	R	L		0,63801	3	2							
11	10 R	L	L		0,54619	1	2							
12	11 L	L	R		0,22304	3	1							
13	12 L	R	L		0,9439	2	3							
14	13 R	R	L		0,58496	3	2							
15	14 L	R	R		0,54444	1	1							
16	15 R	L	R		0,45438	2	2							
17	16 R	L	R		0,71447	2	3							
18	17 L	L	R		0,14999	3	2							
19	18 L	L	R		0,42572	3	1							
20	19 L	R	R		0,28001	1	2							
21	20 L	R	L		0,99901	2	3							
22	21 R	L	L		0,35869	1	1							
23	22 L	R	R		0,99882	1	1							
24	23 L	L	R		0,82056	3	2							
25	24 R	L	L		0,06464	1	2							
26	25 L	L	R		0,32063	3	3							
27														

Realmente diferente	Respuesta del estudiante			Total
	1	2	3	
1	4	4	1	9
2	1	2	4	7
3	3	5	1	9
Total	8	11	6	25

Figura 6: Planilla Excel con la implementación del experimento, con 25 estudiantes.

Luego, organiza 25 filas con los tres vasos de bebestible según la planilla de Excel generada, cuidando que todos los bebestibles tengan la misma temperatura y añadiendo un vaso extra de agua, de preferencia más grande que los anteriores, para que los participantes tomen entre cada vaso de bebestible. Se recomienda, por ejemplo, usar vasos de 200 cc para el agua y para el bebestible, vasos de 100 cc.

Se propone también, primero ir llenando los vasos con el bebestible regular (o la versión alternativa) y luego ir llenando los de la versión alternativa para evitar confusiones y errores.

N°	Combinación
1	RRL
2	RLR
3	LRR
⋮	⋮
28	LRL
29	RLL
30	LLR

Tabla 4: Ejemplo de permutaciones de tres productos para 30 participantes.

La segunda etapa consiste en la recolección y análisis de los datos. Los estudiantes van en orden, uno a la vez, probando los vasos con bebestible y se recolectan los datos en la planilla Excel, de acuerdo al vaso de jugo que el participante señala diferente. No es necesario que los estudiantes vayan en el orden de la lista del curso; podrían ir en el orden en el que se disponen en la sala, según los que estén más cerca de la mesa con los vasos. También, es importante considerar algunos criterios de exclusión, tales como estudiantes que no consuman bebidas azucaradas o estudiantes diabéticos, con el objetivo de no exponerlos ni comprometer su salud e integridad.

Después de que el último estudiante realizó la prueba y se rellenó la planilla Excel, se comparan

los datos con las combinaciones generadas con anterioridad. Es fundamental que la plantilla guarde las combinaciones y no genere nuevas combinaciones cada vez que se modifique una celda. Posteriormente, se interpretan los datos obtenidos, los estudiantes construyen una tabla de frecuencias de doble entrada, que se completa con los datos obtenidos y la tabla generada con la planilla Excel.

Finalmente, se contrastan las hipótesis nula y alternativa, junto con la importancia del azar y el tamaño muestral. En otras palabras, se calcula $P(\{X \geq a\})$, que corresponde a la probabilidad de significación, con a la cantidad de participantes que acertaron y $X \text{ Bin}(n, \frac{1}{3})$. Cuando $\pi = \frac{1}{3}$ se obtiene la máxima probabilidad de cometer error del tipo I. A esta distribución se le denomina distribución nula.

7. Resultados

7.1. Pretest y posttest

En el estudio, se recolectaron las respuestas de 63 estudiantes de 4 instituciones diferentes, entre colegios y universidades. Los grupos corresponden a:

- Estudiantes de un colegio de la región de Valparaíso (Colegio).
- Estudiantes de una pasantía en la Universidad de Valparaíso, los cuales cursan entre 1° a 3° medio (UV Pas). Los estudiantes provienen de diversos establecimientos de la región de Valparaíso.
- Estudiantes de la Universidad de Viña del Mar (UVM)
- Estudiantes de la Universidad de Valparaíso (UV Mat).

En esta sección, se analiza el desempeño individual de cada grupo y el desempeño de manera global, incluyendo a los 63 estudiantes.

Al analizar la diferencia del puntaje obtenido por los estudiantes en cada pregunta, se observó que la mayoría de los estudiantes mantiene su puntaje, con excepción de la pregunta 5, donde el 49.2 % de los estudiantes aumentó su puntaje en uno o dos puntos, según la Figura 7.

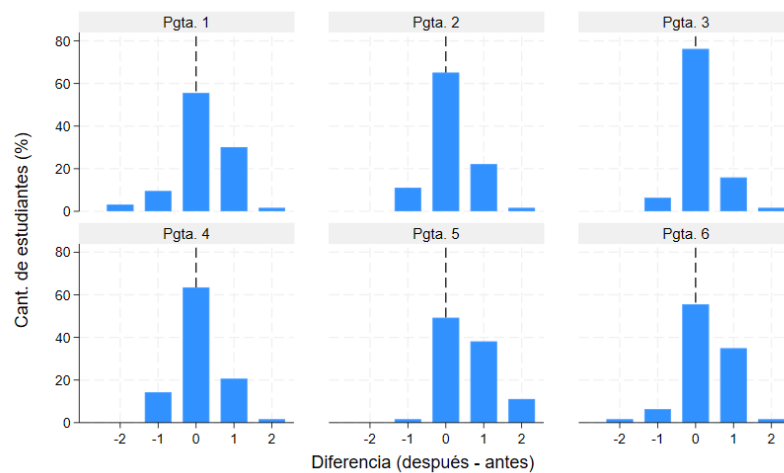


Figura 7: Diferencia por pregunta. Fuente: Elaboración propia.

De manera global, como se observa en la Figura 8, se evidenció un aumento en el puntaje total obtenido por la mayoría de los estudiantes al comparar los resultados del pretest y el posttest. De los 63 participantes, 7 estudiantes disminuyeron su puntaje (en color rojo), 7 mantuvieron el mismo puntaje (en gris) y 49 participantes aumentaron su puntaje en el posttest (en verde). Se observa que un mayor porcentaje de estudiantes obtuvo una diferencia positiva entre el puntaje inicial y el puntaje final.

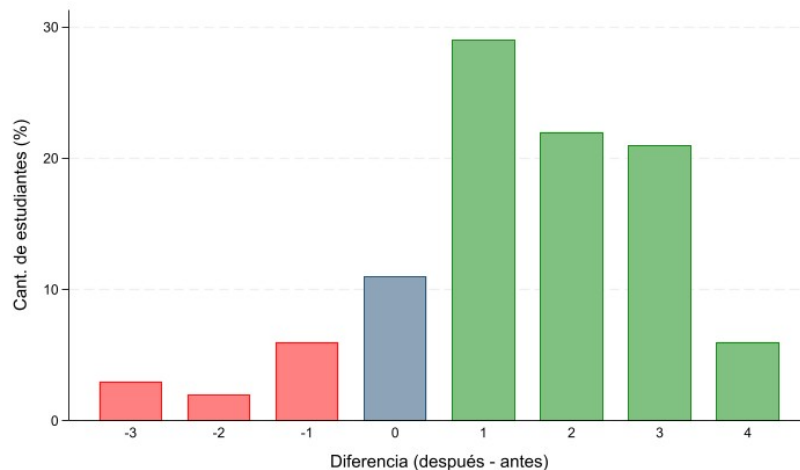


Figura 8: Porcentaje de estudiantes según diferencia de puntajes. Fuente: Elaboración propia.

En la figura 9, se representa la función identidad $f(x) = x$, donde los datos que se encuentran sobre la recta de color azul, corresponden a los estudiantes que obtuvieron igual puntaje en ambos test. Sobre esta recta, se observan 7 estudiantes. Los datos que se encuentran en la parte superior de la recta corresponden a los estudiantes que aumentaron en al menos un punto su desempeño.

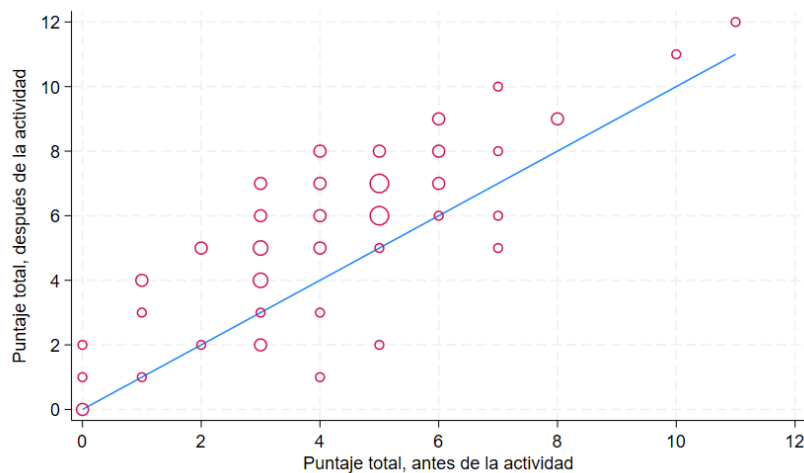


Figura 9: Comparación del puntaje antes y después de la actividad, para el total de participantes ($n = 63$). Fuente: Elaboración propia.

Al comparar los resultados entre el puntaje total del pretest y del posttest por establecimiento, se observa que, aunque la tendencia general de los puntajes obtenidos en el posttest es un aumento, los datos de los grupos de colegio y UVM muestran una mayor dispersión. Mientras que en los grupos de Pasantía y UV Mat, se evidencia una fuerte correlación positiva entre los puntajes de ambos test (ver Figura 10).

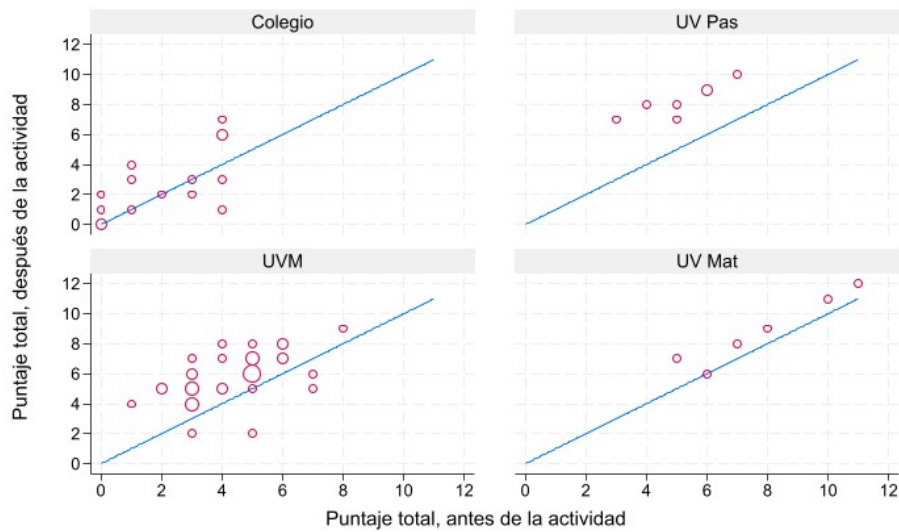


Figura 10: Gráfico de dispersión según establecimiento. Fuente: Elaboración propia.

También, acerca del puntaje total de cada test, se identifica un cambio en la mediana. Aumentando de 4 a 6 en el posttest, junto con un incremento en el puntaje máximo obtenido por los estudiantes (ver Figura 11).

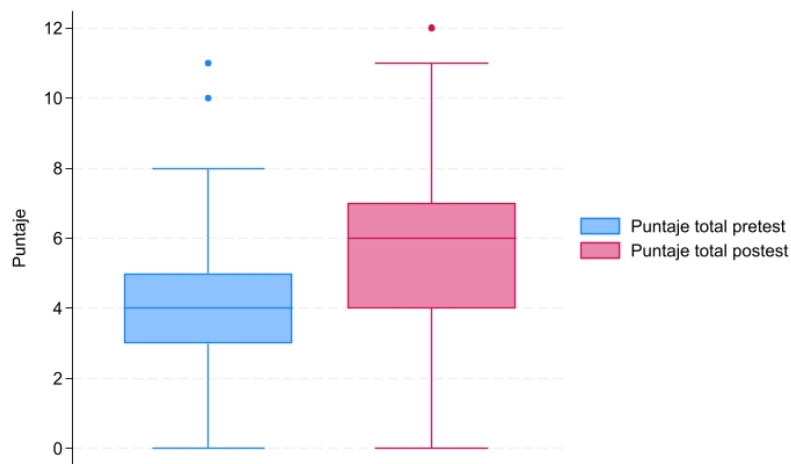


Figura 11: Boxplot comparación del puntaje total en el pretest y posttest. Fuente: Elaboración propia.

En el caso particular de cada grupo, se tiene que: para el grupo Colegio, la mediana se mantiene, pero aumenta el puntaje máximo obtenido en el posttest. Para los tres grupos restantes, hay un aumento del puntaje mínimo, puntaje máximo y mediana en el posttest (Figura 12).

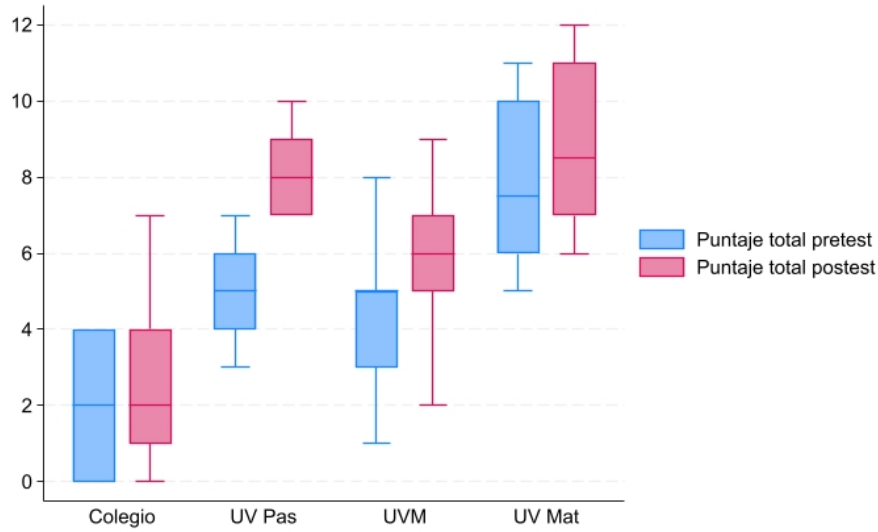


Figura 12: Boxplot de puntaje total según establecimiento. Fuente: Elaboración propia.

En el análisis estadístico mediante el test de Wilcoxon para evaluar la diferencia entre los puntajes del pretest y posttest, de los 63 datos hubo 49 observaciones positivas, 7 negativas y 7 equivalentes a 0, con el estadístico $z = 5.384$ y con un valor $p = 0.0000$. Estos resultados indican que se rechaza la hipótesis nula $H_0 : p_1 = p_2$, demostrando que existe una diferencia significativa entre los puntajes obtenidos en el pretest y el posttest.

	Colegio	UV Pasantía	UVM	UV Mat
z	1.429	2.414	4.082	2.169
$Prob > z $	0.1530	0.0158	0.0000	0.0301
p	0.1875	0.0156	0.0000	0.0625

Tabla 5: Resultados asintóticos del test de Wilcoxon por grupo.

En el análisis por grupo mediante el test de Wilcoxon, existe información suficiente para afirmar que hubo un cambio significativo en el puntaje de los grupos de UV pasantía y UV Matemática, rechazando la hipótesis nula $H_0 : p_1 = p_2$. Por otro lado, no existe información suficiente para afirmar que existe un cambio significativo en los grupos del colegio y UVM, los cuales presentan mayor variabilidad (ver Tabla 5).

7.2. Tamaño muestral

Respecto al tamaño de muestra, los datos indican que con tamaños de muestra pequeños (inferiores a 20), hay una mayor variabilidad del valor p , donde este nivel de significancia $p > 0.05$, por lo que hay menor probabilidad de detectar diferencias significativas mediante el test de Wilcoxon. En cambio, con tamaños de muestra superiores a 35, los valores p obtenidos se estabilizan, alcanzando niveles inferiores a 0.01 y con una dispersión mínima (ver Figura 13), por lo que los resultados obtenidos mediante el test de Wilcoxon son altamente significativos.

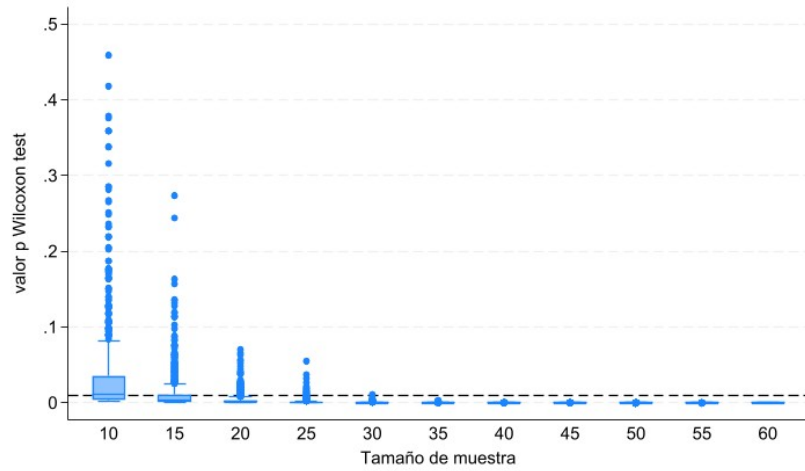


Figura 13: Valor p según tamaño de muestra n . Fuente: Elaboración propia.

El gráfico muestra que, a medida que el tamaño de la muestra, n , aumenta, los valores p se reducen y los resultados obtenidos mediante el test de Wilcoxon se vuelven más consistentes. Donde una muestra ideal consiste en un mínimo de 30 estudiantes para obtener resultados similares a los obtenidos. Por el contrario, con tamaños de muestra $n < 30$, existe un mayor riesgo de obtener resultados no significativos o no tener información suficiente que respalde que hay cambios significativos.

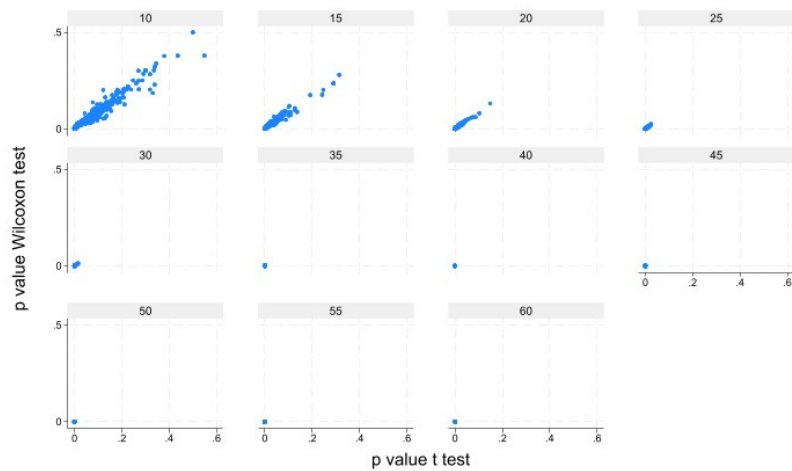


Figura 14: Comparación del valor p entre Wilcoxon test y t test. Fuente: Elaboración propia.

Además, al comparar los resultados entre el valor p del test Wilcoxon y el valor p del t test, según cada tamaño de muestra con simulaciones de 1000 datos, se observa que estos convergen también con un tamaño de muestra $n > 30$ (Figura 14). Estos valores se comparan debido a que el test de normalidad Shapiro-Wilk para la diferencia entre los puntajes totales del pretest y posttest, arroja un valor $p = 0.07983$, mayor a 0.05. Por lo que no se puede afirmar que los datos

no siguen una distribución normal, aún cuando los puntajes son datos discretos.

Para lo anterior, se determina la proporción de casos de las 1000 simulaciones, en los que el p valor obtenido con el test de Wilcoxon y del t test son menores a los valores de 0.01, 0.05 y 0.1 para diferentes tamaños de muestra n .

En el caso de la proporción de valores p menores a 0.01 de la simulación (Tabla 6), para tamaños de muestra mayores o iguales a 25, se obtienen resultados altamente significativos y similares en ambas pruebas. Para $n \geq 30$, aproximadamente el total de los valores p obtenidos en la simulación son menores a 0.01, en ambas pruebas.

Tamaño de muestra n	Wilcoxon test	T test
10	0.457	0.533
15	0.744	0.771
20	0.900	0.907
25	0.984	0.985
30	0.999	0.998
35	1	1
40	1	1
45	1	1
50	1	1
55	1	1
60	1	1

Tabla 6: Proporción de casos para p valor menor a 0.01. Fuente: Elaboración propia.

En la proporción de valores p inferiores a 0.05 (ver Tabla 7), se observa que a partir de $n = 20$, ambas pruebas poseen proporciones altas de valores p inferiores a 0.05, con un porcentaje de 99.4% en el test de Wilcoxon y 99.1% en el T test. A partir de $n = 30$, con ambas pruebas se obtiene la totalidad de los datos menores a 0.05, mostrando que las pruebas son altamente efectivas para identificar diferencias significativas.

Tamaño de muestra n	Wilcoxon text	T test
10	0.825	0.796
15	0.951	0.945
20	0.994	0.991
25	0.999	0.999
30	1	1
35	1	1
40	1	1
45	1	1
50	1	1
55	1	1
60	1	1

Tabla 7: Proporción de casos para p valor menor a 0.05. Fuente: Elaboración propia.

Para la proporción de valores p inferiores a 0.1 (ver Tabla 8), se obtiene que ambas pruebas son efectivas con tamaños de muestra pequeños. Desde $n \geq 15$, hay un 98,6% de valores p inferiores a 0.1. Con un tamaño de muestra de $n \geq 20$, el 100% de los valores p es menor a 0.1.

Tamaño de muestra n	Wilcoxon test	T test
10	0.926	0.903
15	0.986	0.984
20	1	1
25	1	1
30	1	1
35	1	1
40	1	1
45	1	1
50	1	1
55	1	1
60	1	1

Tabla 8: Proporción de casos para p valor menor a 0.1. Fuente: Elaboración propia.

Es posible generalizar los resultados a partir de muestras de tamaño 25, 20 y 15 para cada nivel de significación, respectivamente. Obteniendo resultados similares a los obtenidos con la muestra de los 63 estudiantes que participaron.

8. Conclusiones

El objetivo general de esta investigación consistía en determinar el impacto de una actividad pedagógica no tradicional en el pensamiento estadístico y la comprensión del concepto de prueba de hipótesis en estudiantes de enseñanza media o universitaria, a través de un experimento. Los resultados del análisis estadístico muestran que los estudiantes que participaron en la actividad mejoraron su comprensión de conceptos estadísticos y de prueba de hipótesis.

Si bien la actividad generó mejoras en la comprensión de la prueba de hipótesis estadística en la mayoría de los estudiantes, los resultados varían en cada grupo de participantes. A través del test de Wilcoxon, se evidencia un cambio significativo (aumento) en relación al puntaje total obtenido antes y después de la actividad para el total de estudiantes, lo que respalda la efectividad de la implementación de la clase.

De manera individual, solo los grupos UV Pas y UV Mat presentaron un aumento significativo entre los puntajes, lo cual puede atribuirse a los intereses y motivaciones de los estudiantes. En el caso de UV Pas, los estudiantes de enseñanza media se encuentran voluntariamente realizando una pasantía en la universidad. Mientras que en el caso de UV Mat, los estudiantes pertenecientes a la carrera de matemática poseen un mayor conocimiento y habilidades matemáticas, lo cual puede facilitar el cálculo de probabilidades y la comprensión de modelos probabilísticos.

De acuerdo con la dispersión observada en los grupos de Colegio y UVM, entre los factores que pueden influir en ese resultado, se encuentra: la diversidad en los conocimientos previos que poseen los estudiantes, motivaciones personales e interés por la asignatura y su disposición para participar. La falta de significancia en estos grupos no invalida el resultado general, pero puede sugerir realizar adaptaciones en la implementación según las características de los estudiantes.

Respecto al desempeño en cada pregunta, si bien en la mayoría de preguntas se observa que los estudiantes mantienen su puntaje en el postest, existen casos donde los estudiantes alcanzan el puntaje máximo de 2 puntos, por lo que no puede aumentar en la escala que se adoptó.

De manera parcial, la pregunta 5 (¿Cómo se postulan las hipótesis estadísticas?) fue la pregunta con mayor porcentaje de estudiantes que obtuvieron una diferencia positiva entre el pretest y el postest. En sus respuestas, los participantes describen cómo se plantea la hipótesis nula e hipótesis alternativa o en qué consisten estas.

En el caso del tamaño muestral mínimo necesario para obtener resultados similares, es posible generalizar los resultados a partir de una muestra de 30 estudiantes. Con esta cantidad, se obtuvo que aproximadamente un 100 % de los valores p simulados era menor a los tres valores considerados (0.01, 0.05 y 0.1). Lo que entrega resultados altamente significativos y generalizables al conjunto inicial de 63 estudiantes.

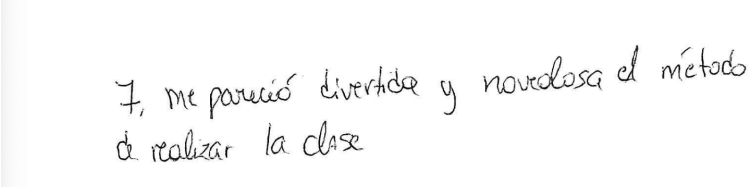
Además, se obtuvieron resultados similares al aplicar el test de Wilcoxon y el test t , siendo más sensible el test de Wilcoxon en la detección de valores p inferiores al valor requerido en muestras menores a 30. A partir de este valor, los resultados entre ambos test son similares. Estos hallazgos apoyan la implementación de esta actividad con tamaños de muestra reducidos.

9. Investigaciones futuras

Para investigaciones futuras, una posibilidad consiste en incluir entrevistas o encuestas que permitan ahondar en las percepciones de los estudiantes sobre la intervención. En el caso de este estudio, se realizó un ejercicio preliminar con estudiantes universitarios del grupo UVM, en el que se les solicitó evaluar la actividad en una escala de 1 a 7. Los resultados fueron favorables, considerando como nota de aprobación un 4, donde todas las respuestas obtenidas fueron superiores o iguales a 5, lo que indica una valoración positiva por parte de los estudiantes. Ampliar este enfoque a toda la muestra de participantes podría proporcionar información más detallada y permitir generalizar sobre otros aspectos de la intervención.

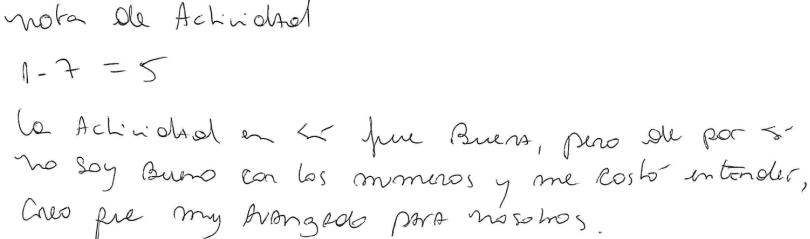
Además, entre los aspectos más valorados por los estudiantes se encuentran el uso de ejemplos de la vida cotidiana, el dinamismo de la clase y la implementación del experimento. Mientras que algunos factores que incidieron negativamente en la calificación fueron la dificultad del contenido y la falta de conocimientos previos en ciertos temas por parte de los estudiantes.

Figura 15: Respuesta de estudiantes universitarios



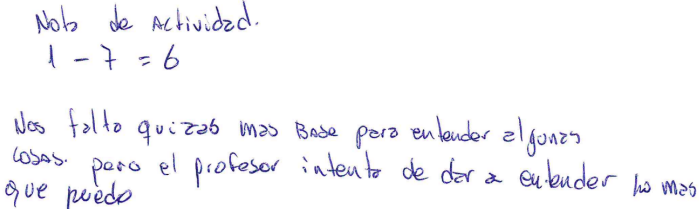
7, me pareció divertida y novedosa el método
de realizar la clase

Figura 16: Respuesta de estudiantes universitarios



nota de Actividad
 $1 - 7 = 5$
La Actividad en sí fue Buena, pero se por sí
no soy Buena con los números y me costó entender,
Creo fue muy Avanzado para nosotros.

Figura 17: Respuesta de estudiantes universitarios



Nota de Actividad.
 $1 - 7 = 6$
Nos falta quizás mas Base para entender algunas
cosas. pero el profesor intento de dar a entender lo mas
que puedo

Figura 18: Respuesta de estudiantes universitarios

7-muy práctica
-aclaró la materia con ejemplos de la vida diaria

Figura 19: Respuesta de estudiantes universitarios

Evaluación de la actividad

1	
2	
3	
4	
5	
6	X
7	

→ calificación

Dado este ejercicio preliminar, se demuestra la factibilidad de evaluar otros aspectos de la clase e investigar otras variables, como la motivación de los estudiantes, su participación, relación de la actividad con la vida cotidiana o relevancia de la actividad, entre otras.

Planificación didáctica propuesta

Para facilitar la implementación de parte del profesor para replicar esta actividad, se propone la siguiente guía:

Objetivo: Integrar la estadística en un experimento real, mediante una prueba triangular

Recursos		
Materiales	Tecnológicos	Organizativos
■ Plantilla para pegar en la mesa ■ 1 vaso de 80ml y 3 vasos de 30ml por cada estudiante ■ 1.5 litros de jugo normal por cada 15 estudiantes ■ 1.5 litros de jugo Light por cada 15 estudiantes ■ Agua sin gas ■ Papel de cocina, en caso de que se derrame liquido ■ Tabla de distribución binomial	■ Computador ■ Proyector ■ Planilla Excel	■ Sala de clases ■ Espacio acorde para organizar los vasos, como por ejemplo, una mesa larga
Gestión del tiempo		

Preparación previa:

- Procurar que los bebestibles estén a la misma temperatura.
- Generar y ordenar aleatoriamente las combinaciones de los productos con la planilla Excel.
- Ordenar y rellenar los vasos de acuerdo a las combinaciones generadas anteriormente, en un espacio acorde.
- Luego, pegar la plantilla como referencia con el número de cada vaso de jugo (1, 2 ó 3).

Momento de la clase	Intervención docente	Actividades del estudiante
Inicio (20 minutos)	Contextualización de la actividad mediante preguntas, comentando lo beneficioso que sería para una empresa que la versión Light del jugo no fuera reconocible frente a la versión normal Entre los beneficios, se puede mencionar: disminución de la obesidad, que pacientes diabéticos puedan consumir el producto como si este fuese la versión normal Explica la disposición de los vasos de bebestible, destacando que solo uno de los vasos con jugo es diferente y los otros dos son idénticos. Mencionar que hay 6 posibles combinaciones, las cuales están ordenadas al azar.	Los estudiantes responden: ¿han escuchado alguna vez que un producto ha sido probado científicamente? ¿Creen que pueden diferenciar un jugo light de uno normal? ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar los 3 vasos? Si los bebestibles no se diferencian en sabor, ¿cuál es la probabilidad de elegir al azar el que es distinto?
Desarrollo (tiempo relativo según la cantidad de estudiantes)	Explicar a los estudiantes cómo plantear las hipótesis. Realizar analogía con un juicio donde se quiere probar que alguien es culpable vs. la hipótesis nula de que es inocente a menos que se demuestre lo contrario.	En conjunto con el docente y el curso, plantean las hipótesis $H_0 : \pi = \frac{1}{3} \quad \text{vs.} \quad H_a : \pi > \frac{1}{3} \quad .$ Donde π es la probabilidad de seleccionar correctamente el producto diferente.
Los estudiantes comienzan a probar los vasos con jugo (aproximadamente 3 minutos por estudiante)	Rellena la planilla Excel con el número del vaso que el estudiante señala que contiene el jugo diferente. Luego de que todos hayan participado, se establece una variable aleatoria donde a cada respuesta se le asigna un 1 si la respuesta del estudiante coincide con el vaso de bebestible que era diferente y un 0 en otro caso (no acierta), de modo que al sumar los 1, se obtiene la cantidad de respuestas correctas para calcular la probabilidad según la frecuencia de respuestas correctas en comparación con el total de respuestas.	De manera ordenada, los estudiantes uno a uno prueban la fila de jugos correspondiente. Luego, indican al docente el número del vaso que contiene el jugo diferente.

	Se proyecta la tabla de frecuencias generada en la planilla Excel y se analizan los datos. Se define la región de rechazo y se establece el nivel de significación. Se toma una decisión acerca de si se rechaza o no H_0	¿Qué significan las frecuencias en cada una de las celdas de esta tabla? ¿Qué representan las frecuencias igual a 0? (si es que hay) ¿Dónde se visualizan las respuestas correctas en la tabla?
Cierre (10 minutos)	Se realiza un plenario con preguntas abiertas, abordando conceptos como variabilidad, el tamaño de muestra y experimentos similares que involucren prueba triangular y dócima de hipótesis.	Desde el punto de vista de la empresa, ¿creen que con los datos que se procesaron sea suficiente para afirmar que el jugo Light se distingue del regular? ¿Qué creen que sucederá a medida que aumente la cantidad de datos? ¿Cuál es la cantidad mínima de estudiantes que se requiere para realizar el experimento? Si hubiese participado el mismo número de estudiantes, ¿se hubiesen obtenido los mismos resultados? ¿Qué otro experimento puede ser de su interés?

Referencias

- [1] Barrazas, A. (2007). *La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias de validez basadas en contenido*. Investigación Educativa Duranguense, 7(1), 5–13.
- [2] Bhattacharyya, G. K. y Johnson, R. A. (1977). *Statistical concepts and methods*. NY, New York: John Wiley & Sons.
- [3] Canavos, G. (1984). *Probabilidad y estadística: Aplicaciones y métodos*. NY, New York: McGraw-Hill.
- [4] Castillo Riquelme, V. (2020). *Enseñanza de la estadística inferencial mediante una aplicación móvil*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 23(2), 233-258. <https://doi.org/10.12802/relime.20.2324>
- [5] Chung, K. L. (1974). *Elementary probability theory with stochastic processes*. Springer.
- [6] Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En: Salcedo, A. (Comp.). *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI*, (173-194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.
- [7] Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines and Assessment for Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. Alexandria, VA: ASA.
- [8] Garfield, J. B., y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning*. Springer.
- [9] Giaconi, V., Montenegro, H., Rojas, F., Catalán, M. y Guíñez, F. (2022). *Tensiones al enseñar inferencia estadística en la formación inicial docente*. Enseñanza de las Ciencias, 40(3), 71-86. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5595>
- [10] Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Ciudad de México, México: Editorial McGraw-Hill Education.
- [11] Hollander, M., Wolfe, D. A., y Chicken, E. (2014). *Nonparametric statistical methods* (3rd ed.). NY, New York: John Wiley & Sons.
- [12] Johnson, R. A., y Kuby, P. J. (2016). *Estadística elemental* (11^a ed.). Cengage Learning.
- [13] McMurray, A., Pearson, T., y Casarim, F. (2017). *Guía para aplicar el enfoque Monte Carlo al análisis de incertidumbre en la contabilidad forestal y de gases de efecto invernadero*. Winrock Internacional.
- [14] Ministerio de Educación. (2016a). *Programa de Estudio Segundo medio* (1a ed). Unidad de Currículum y Evaluación.
- [15] Ministerio de Educación. (2016b). *Programa de Estudio Séptimo básico* (1a ed). Unidad de Currículum y Evaluación.
- [16] Ministerio de Educación. (2016c). *Programa de Estudio Primero medio* (1a ed). Unidad de Currículum y Evaluación

- [17] Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2016d). *Programa de Estudio 3° o 4° Medio Formación Diferenciada Matemática: Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial* (1a ed.). Unidad de currículum y Evaluación
- [18] Prieto, G., y Delgado, A. (2012). *Fiabilidad y validez*. *Papeles del Psicólogo*, 31(1), 67–74.
- [19] Su, Chia-Shih y Marchant, Carolina. (2021). *Nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes chilenos de Pedagogía en Matemática sobre pruebas de hipótesis estadísticas*. *Acta Scientiae*. 23. 209-236. 10.17648/acta.scientiae.5772.
- [20] Zamora Araya, J. A., Aguilar Fernández, E., y Guillén Oviedo, H. S. (2022). *Educación Estadística: tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria*. *Revista Educación*, 46(1), 1-19. <https://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.43494>

Anexos

[Planilla Excel descargable](#)

Notas de uso:

- Expandir las 6 permutaciones de la planilla Escel hasta el número deseado

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Lista permutaciones				Diferente	Respuesta			
2	1	L	R	R	0,14429	1			
3	2	R	L	R	0,874887	2			
4	3	R	R	L	0,264697	3			
5	4	L	L	R	0,078589	3			
6	5	L	R	L	0,212848	2			
7	6	R	L	L	0,790992	1			

- Reordenar las permutaciones según el número aleatorio que aparece en la columna E (de menor a mayor o de mayor a menor)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Lista permutaciones				Diferente	Respuesta								
2	1	L	R	R	0,462586	1								
3	2	R	L	R	0,369816	2								
4	3	R	R	L	0,58829	3								
5	4	L	L	R	0,324015	3								
6	5	L	R	L	0,632356	2								
7	6	R	L	L	0,799353	1								
8	7	L	R	R	0,910429	1								
9	8	R	L	R	0,546702	2								
10	9	R	R	L	0,405453	3								
11	10	L	L	R	0,639555	3								
12	11	L	R	L	0,545551	2								
13	12	R	L	L	0,145324	1								
14	13	L	R	R	0,033613	1								
15	14	R	L	R	0,877919	2								
16	15	R	R	L	0,427384	3								
17	16	L	L	R	0,227633	3								
18	17	L	R	L	0,444256	2								
19	18	R	L	L	0,913192	1								
20	19	L	R	R	0,021624	1								

- Rellenar con las respuestas de los estudiantes a medida que vayan probando los productos, la tabla de doble entrada se completará automáticamente con estas respuestas.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Lista permutaciones				Diferente	Respuesta								
2	1	L	R	R	0,97048	1	2							
3	2	R	L	R	0,617719	2	1							
4	3	R	R	L	0,114077	3	2							
5	4	L	L	R	0,504441	3	3							
6	5	L	R	L	0,464398	2	2							
7	6	R	L	L	0,904791	1	1							
8	7	L	R	R	0,702489	1	2							
9	8	R	L	R	0,370906	2	2							
10	9	R	R	L	0,552445	3	2							
11	10	L	L	R	0,897353	3	3							
12	11	L	R	L	0,020019	2	1							
13	12	R	L	L	0,828855	1	1							
14	13	L	R	R	0,970385	1	1							
15	14	R	L	R	0,462401	2	2							
16	15	R	R	L	0,778623	3	2							
17	16	L	L	R	0,092035	3	3							
18	17	L	R	L	0,895621	2	2							
19	18	R	L	L	0,815073	1	1							
20	19	L	R	R	0,971	1	2							
21														

Realmente diferente	Respuesta del estudiante			Total
	1	2	3	
1	4	3	0	7
2	2	4	0	6
3	0	3	3	6
Total	6	10	3	19